COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 FÉVRIER 1866.

PRÉSIDENCE DE M. LAUGIER.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le Secrétaire perpétuel annonce que le tome IX des *Mémoires des Savants étrangers* vient de paraître et est en distribution au Secrétariat.

MÉTÉOROLOGIE. — *Mémoire sur les zones d'orages à grêle dans le département de Seine-et-Marne; par* **M. Becquerel.**

« Quand j'eus l'honneur, en novembre dernier (voir *Comptes rendus*, t. LXI, p. 813), de présenter à l'Académie un Mémoire sur les zones dans lesquelles se meuvent les orages à grêle dans les départements du Loiret et de Loir-et-Cher, Mémoire accompagné de deux cartes où ces zones sont tracées, j'annonçai que j'avais déjà réuni un grand nombre de documents relatifs aux cartes de quatre autres départements, et que je ferais tous mes efforts pour les achever, afin de mettre en évidence l'influence des principales causes locales sur la position de ces zones, et par suite sur la direction des orages qui les parcourent.

» Parmi ces cartes se trouve celle du département de Seine-et-Marne, que j'ai pu achever en puisant à de nouvelles sources mises dans ces derniers temps à ma disposition. J'ai choisi ce département de préférence aux trois autres, en raison de sa proximité de Paris et par ce motif que de nombreux visiteurs seront à même, en parcourant la forêt de Fontainebleau

et les forêts environnantes, de vérifier l'exactitude des faits consignés dans ce Mémoire ainsi que les conséquences naturelles qui s'en déduisent.

» Mon travail ne repose sur aucune hypothèse, sur aucune déduction d'idées théoriques, mais sur des faits bien constatés.

» Dans les deux premières cartes je n'avais fait usage que des documents recueillis de 1847 à 1865, mais j'ai pensé que, pour leur donner un plus grand degré d'exactitude, il fallait prendre une période plus étendue, de trente années; j'ai été assez heureux pour réunir tous les documents relatifs à cette période, c'est-à-dire de 1836 à 1865. Les cartes du Loiret et de Loir-et-Cher ont reçu également ce complément.

» Voici les sources auxquelles j'ai puisé pour la carte de Seine-et-Marne :

» 1° Les Comptes rendus annuels de la Société d'assurances mutuelles contre la grêle dite de *Seine-et-Marne*, qui fait à elle seule la plus grande partie des assurances;

» 2° Les Comptes rendus annuels de trois autres Sociétés, *l'Étoile*, *la Providence* et *la Garantie agricole*;

» 3° Les états des communes grêlées depuis 1836, dans lesquelles des indemnités ont été accordées par le département aux indigents qui ont éprouvé des sinistres.

» Tous ces documents sont tellement nombreux, que, réunis, ils représentent presque en totalité les communes dans lesquelles se trouvent des propriétés qui ont été grêlées.

» J'ai suivi d'abord pas à pas la principale zone dans laquelle se sont mus les orages à grêle qui ont causé des ravages dans le département de Seine-et-Marne pendant trente années, après avoir traversé les départements de Loir-et-Cher et du Loiret.

» Cette zone, dans Loir-et-Cher, occupe tout l'espace compris entre la Loire et une ligne à peu près parallèle à son cours, passant au-dessous de Vendôme; elle s'étend dans le Loiret jusqu'à la forêt d'Orléans, où elle se bifurque quelquefois; une branche descend vers le sud, suit le val de la Loire, et l'autre remonte vers le nord pour prendre la direction sud-ouest en évitant la forêt; elle tourne ensuite vers l'est en s'étendant sur une partie de l'arrondissement de Pithiviers, laissant un espace entre sa limite inférieure et la forêt, d'environ 15 à 20 kilomètres de largeur. La carte indique que cet espace est préservé de la grêle. Cette zone, en quittant le département du Loiret, entre dans celui de Seine-et-Marne, où je la suivrai dans un instant.

» Je rappellerai, auparavant, que la partie du Loiret située à l'est de la forêt

d'Orléans est très-peu atteinte par la grêle, à l'exception de quelques communes comprises principalement dans une zone d'orages venant de la Loire à la hauteur de Nevoy, Gien et Briare. Cette courte description indique la nature de l'influence qu'exercent les forêts d'Orléans et de Lorris sur la position de la principale zone des orages à grêle dans le département du Loiret.

» La grande zone, dont il a été question avant celle-ci, s'étend vers l'est, dans l'arrondissement de Fontainebleau, d'un côté jusqu'à la forêt, qu'elle semble éviter, de l'autre, du côté opposé, jusqu'à Château-Landon; elle cesse de se montrer à la hauteur de Montereau; elle est le lieu d'orages qui ravagent fréquemment l'espace qu'elle recouvre. Elle se montre de nouveau à la hauteur de Nangis, remonte vers le nord, puis s'étend sur une grande partie de l'arrondissement de Provins, autour de la forêt de Jouy, et sur une petite partie de celui de Coulommiers. Cette zone paraît être une suite de la première; entre l'une et l'autre se trouve un espace qui est très-rarement atteint par la grêle. On trouve encore une autre zone, mais très-petite, autour de Brie-Comte-Robert, entre la forêt de Sénart et celle d'Armainvilliers. Quant aux arrondissements de Melun et de Meaux, la forêt de Fontainebleau, ainsi que les forêts de Sénart et autres, semblent les préserver en grande partie, car ils sont faiblement atteints par le météore. Ces forêts agissent donc comme celles d'Orléans et de Montargis, la première à l'égard de la partie Est du Loiret, la seconde relativement aux cantons de Ferrières et de Courtenay qui souffrent peu de la grêle.

» On peut objecter que les forêts ne se trouvent pas dans les mêmes conditions que les communes rurales, où les propriétés sont assurées; cela est vrai, mais on a des moyens de les interroger à l'aide des personnes qui s'occupent sérieusement de météorologie dans les localités où elles sont situées. On sait que les jeunes taillis éprouvent des dégâts par l'effet des gelées printanières, des hannetons et autres causes destructives, et d'où résultent des altérations plus ou moins profondes qui nuisent à la végétation et dont on tient note. Cela posé, voyons les observations faites à cet égard dans les forêts dont il vient d'être question.

» Les orages à grêle sont très-rares dans la forêt d'Orléans; on ne cite comme ayant produit quelques dégâts que l'orage du 11 mai 1860 : de jeunes tiges ont été coupées par la grêle dans une plantation de pins; mais il faut ajouter que ce sinistre a eu lieu dans la portion de la forêt qui dépend de la commune de Neuvy-aux-Bois, située au nord et tout près de la zone des orages de la Beauce, commune qui n'a été grêlée que deux années en trente ans. Ajoutons encore que bien que les forêts des trois départements

en question paraissent exercer une action préservatrice, néanmoins elles ne sont pas elles-mêmes à l'abri des orages extraordinaires qui ravagent tous les lieux par où ils passent; leurs lisières peuvent être atteintes par les orages ordinaires quand elles sont placées sous le vent qui les amène.

» Il grêle assez souvent dans la forêt et sur la ville de Fontainebleau, mais toujours d'une manière inoffensive, comme le constatent les états des dégâts produits depuis 1664 sur les jeunes taillis par les gelées tardives et autres causes, et dans lesquels il n'est fait nullement mention de sinistres causés par la grêle.

» D'un autre côté, on ne signale de dégâts sérieux produits par la grêle dans les jardins du château depuis quarante-quatre ans, qu'en 1822 ou 1823. La carte de Seine-et-Marne ne fait mention au surplus que d'une seule année de grêle dans la commune de Fontainebleau depuis trente ans.

» La plupart du temps les orages qui passent sur la forêt sont des démembrements des orages qui parcourent la zone faisant suite à celle de la Beauce; ils arrivent par les gorges de Franchard, à l'extrémité desquelles se trouve un plateau couvert d'une futaie de chênes où ils se bifurquent; la plus forte branche s'infléchit au sud vers Moret, qui n'a été grêlé qu'une seule fois en trente ans, notamment en 1865 lors de l'orage du 19 juillet; l'autre branche se dirige sur Chailly, qui ne l'a été que deux années durant la même période.

» La forêt de Montargis n'est point atteinte par la grêle; les orages qui arrivent de la Loire se bifurquent à 1 kilomètre environ de la forêt; les deux branches qui en résultent suivent la vallée du Loing, l'une en aval, l'autre en amont. Le village de Paucourt, situé dans l'intérieur de la forêt, n'a été atteint qu'une seule fois en trente ans.

» Les exemples que l'on vient de citer montrent bien que les forêts des départements du Loiret et de Seine-et-Marne semblent faire dévier les nuages orageux de leurs directions habituelles, les diviser en deux ou plusieurs branches, ou arrêter la chute de la grêle.

» Il a été établi dans le premier Mémoire sur la carte des zones d'orages à grêle qu'il existait deux classes de ces orages : les orages réguliers, dont le retour est soumis à une certaine régularité et qui semblent fortement influencés par des causes locales; et les orages irréguliers ou extraordinaires, paraissant de loin en loin, et qui, en raison de la vitesse du vent, de la compacité des nuages et de la grosseur des grêlons, ne paraissent pas être influencés autant que les premiers par les causes locales, et qui ravagent la plupart des lieux que les autres n'atteignent pas ordinairement.

» Je parlerai d'abord des orages réguliers.

» Si l'on classe pour chaque commune les années de grêle par ordre de date, on voit immédiatement que ces années ne se succèdent pas au hasard, et qu'elles forment des séries de deux, trois, quatre, jusqu'à sept années successives. Cet état de choses existe dans les départements dont les cartes à zones d'orages sont achevées. Je vais en fournir des exemples pris dans les trois départements.

Département du Loiret.	*Années de grêle.*
Épieds	[1836, 1837], 1839, [1843, 1844], [1847, 1848], [1850, 1851, 1852, 1853], 1855, 1858.
Villamblin	1839, [1843, 1844, 1845], 1849, [1852, 1853, 1854].
Saint-Péravy-la-Colombe	1839, [1841, 1842, 1843, 1844, 1845], [1852, 1853], [1858, 1859, 1860, 1861], 1865.
Montbouy	[1836, [1837, 1838, 1839], 1841, [1848, 1849, 1850], 1860.
Département de Loir-et-Cher.	
Châtillon-sur-Cher	1841, 1849 [1856, 1857, 1858, 1859].
La Chapelle-Saint-Martin	1845, [1850, 1851, 1852], [1855, 1856], [1858, 1859], 1861.
Lorges	1852, 1855 [1858, 1859, 1860, 1861, 1862], 1864.
Pouillé	1852 [1856, 1857, 1858, 1859, 1860, 1861].
Villebout	[1847, 1848, 1849, 1850, 1851, 1852], [1855, 1856], [1858, 1859].
Département de Seine-et-Marne.	
Tousson	[1847, 1848, 1849], [1852, 1853], 1860, 1862.
Mondreville	1842, 1845 [1849, 1850, 1851, 1852], 1856, [1858, 1859, 1860, 1861].
Provins	[1841, 1842], 1844 [1851, 1852, 1853], 1855 [1858, 1859].

» Ces exemples, pris dans plusieurs centaines d'autres, mettent bien en évidence les séries composées de deux ou plusieurs années successives de grêle.

» Je signalerai deux communes offrant des séries remarquables : *Pouillé*, qui n'a été grêlée qu'une seule fois de 1836 à 1852, puis six années de suite, et après rien ; *Villebout* : aucun désastre n'a été signalé jusqu'en 1846 ; puis la commune a été grêlée pendant six années consécutives et a présenté ensuite deux séries de deux.

» Quelle est la cause ou plutôt quelles sont les causes de ces séries? On l'ignore; on sait seulement que des communes voisines placées sous le vent des orages participent à ces séries, tandis que d'autres un peu plus éloignées en présentent à peine des traces. Cela tend à prouver que les causes de ces séries sont terrestres et atmosphériques.

» Quant aux orages irréguliers, j'ai indiqué dans le précédent Mémoire ceux qui ont causé le plus de ravages dans des communes du département du Loiret où il n'était pas tombé de grêle depuis plus de cinquante ans. Je me suis borné pour celui de Seine-et-Marne à rapporter sur la carte l'orage du 19 juillet 1865 qui a causé des dégâts pour 1 200 000 à 1 500 000 francs environ dans ces deux départements. Cet orage, quoique ayant tous les caractères d'un orage irrégulier, n'est pas sorti de la zone dans laquelle se meuvent les orages réguliers, et il a même ravagé l'espace qui sépare les deux zones. Il est à remarquer que les nuages composant cet orage ont parcouru une grande étendue de pays sur une largeur de plus de 50 kilomètres, puisqu'en même temps qu'il ravageait une partie de l'arrondissement de Pithiviers il tombait dans le canton de Châtillon-sur-Loing, où je me trouvais alors, sans produire de dégâts, des grêlons remarquables par leur grosseur; j'en ai été témoin, et j'en ai fait part à l'Académie à cette époque.

» Je me suis abstenu dans le Mémoire, pour expliquer les faits, de mettre en avant des idées théoriques; je me suis borné à exposer purement et simplement ces faits, pensant que leur importance suffisait pour attirer l'attention des personnes qui s'occupent de physique terrestre et de météorologie. »

CHIMIE. — *Sur la composition de la soude extraite du sel marin par le procédé de* Leblanc; *par* **M. J. Pelouze** (1).

« Les carbonates de potasse et de soude ont été jusqu'au commencement du XIXe siècle presque exclusivement extraits, le premier des cendres des plantes ligneuses, le second des plantes marines et de celles qui croissent sur les bords de la mer; mais une révolution complète, amenée par les progrès de la Chimie, a changé un état de choses qui n'était plus en rapport avec les besoins croissants de l'industrie.

» Aujourd'hui une grande partie de la potasse est extraite des eaux mères des marais salants et des salins de betteraves : la découverte des

---

(1) L'Académie a décidé que ce Mémoire, quoique dépassant les limites réglementaires, serait reproduit en entier au *Compte rendu*.

bancs de sels doubles de potasse et de magnésie de Stassfurt, est venue surtout faire la plus rude concurrence aux anciens procédés.

» L'industrie de la soude a profité plus encore que celle de la potasse des découvertes modernes; un homme dont le nom sera immortel, Leblanc, a réalisé la solution d'un des problèmes les plus importants qui pussent être proposés aux chimistes, celui d'extraire la soude de son véritable minerai, c'est-à-dire du sel marin. Non-seulement Leblanc a atteint cet immense résultat, mais son procédé s'est propagé sans modification dans tous les pays.

» Le procédé de Leblanc est très-simple. Il consiste à chauffer au rouge un mélange de sulfate de soude, de carbonate de chaux et de charbon. La masse lessivée fournit d'un côté du carbonate de soude et de la soude caustique, et de l'autre un résidu connu sous le nom de *marc de soude* ou *charrée*, formé principalement de sulfure de calcium, de carbonate de chaux et de chaux.

» Les proportions employées par Leblanc ont un peu varié, mais celles auxquelles il s'était arrêté, et qui ont été généralement conservées, sont les suivantes :

Sulfate de soude......	100 parties.
Carbonate de chaux...	105 parties.
Houille..............	40 à 50 parties.

» Le sulfate de soude contient quelques millièmes et quelquefois plusieurs centièmes de matières étrangères, surtout quand il a été fait avec du sel gemme; mais il en est de même du carbonate de chaux, de sorte qu'il en résulte à peu de chose près une compensation qui maintient le rapport dont il est question entre ces sels.

» Ce rapport correspond à peu près exactement à 2 équivalents de sulfate de soude contre 3 équivalents de carbonate de chaux. Dans quelques usines on a diminué la proportion de calcaire, qui ne représente plus que $2^{éq},5$ ou $2^{éq},6$ contre 2 équivalents de sulfate.

» Le sulfure de calcium a longtemps été regardé comme soluble dans l'eau; il n'est pas étonnant que le marc de soude, qui ne s'y dissout pas et qui contient de la chaux, ait été considéré comme un sulfure rendu inaltérable et insoluble par sa combinaison avec cette base.

» Thenard eut la première idée d'un oxysulfure de calcium. Bientôt après, en 1830, M. Dumas admit la même hypothèse et lui donna un développement si complet, qu'elle fut admise sans contestation.

» Se fondant sur les proportions de calcaire et de sulfate de soude

indiquées par Leblanc et employées par les fabricants, il calcula *à priori* la composition de l'oxysulfure de calcium et lui donna la formule (2 CaS, CaO).

» M. Dumas n'a jamais publié d'analyses de soudes ni de charrées. Je dois noter ce point important, car le désaccord entre nous ne portera que sur des appréciations exclusivement théoriques, et non sur des expériences.

» Les premiers chimistes qui ont nié l'existence de l'oxysulfure de calcium et combattu la théorie dont il s'agit sont MM. Gossage et Kynaston; mais c'est certainement à M. Dubrunfaut (1) et surtout à M. Scheurer-Kestner (2) que sont dus les travaux les plus précis et les plus remarquables sur la composition et sur la théorie de la formation de la soude artificielle.

» La soude brute contient quatre substances qu'on peut considérer comme essentielles à sa composition, et qui seules jouent un rôle important dans ses réactions. Ce sont : le carbonate de soude, le sulfure de calcium, le carbonate de chaux, la chaux.

» Ces substances représentent les $\frac{4}{5}$ environ du poids de la soude.

» On peut regarder, non pas comme accidentelles, car on les rencontre toujours, mais comme des matières étrangères ou impures, celles qui sont apportées par les cendres de la houille, par l'argile contenue dans le sel gemme et dans les calcaires, les briques des fourneaux, les outils en fer, etc.

» En voici l'énumération : le charbon, l'alumine, la silice, l'oxyde de fer, la magnésie, l'acide sulfurique, l'acide chlorhydrique.

» Le charbon est libre de toute combinaison. Comme la craie, et pour la même raison, c'est-à-dire afin d'assurer la décomposition complète du sulfate de soude, il est toujours employé en excès. La proportion qu'on retrouve dans la soude varie en général de 1 à 4 pour 100, et de 2 à 6 pour 100 dans la charrée.

» La silice est pour la plus grande partie soluble directement dans les acides. Elle est en combinaison avec la chaux, l'alumine, la magnésie, et avec une quantité notable de soude; une petite partie de ce dernier alcali suit les liqueurs et les eaux de lavage; la plus grande partie est retenue dans le marc, et cette soude est perdue pour la fabrication. Son poids varie dans les charrées de 1 à 4 pour 100; on rencontre encore dans la soude brute des quantités toujours très-faibles de plusieurs autres substances, telles que l'ammoniaque, le cyanogène, le manganèse, etc.

---

(1) *Les Mondes*, 1864, p. 515.

(2) *Recherches théoriques sur la préparation de la soude par le procédé Leblanc*, par M. Scheurer-Kestner (*Annales de Chimie et de Physique*, avril 1864).

» On s'accorde à considérer la soude brute comme ne contenant pas de soude caustique, parce que l'alcool ne sépare aucune trace de cette matière; mais on pouvait objecter que cette soude y existe à l'état anhydre et que sous cette forme elle est insoluble dans l'alcool. L'expérience suivante fait disparaître cette objection : si on mouille de la soude brute avec de l'eau, on constate qu'elle ne cède aucune trace d'alcali à l'alcool, même après un contact prolongé. Il est évident que si elle renfermait de l'oxyde de sodium anhydre, celui-ci s'unirait à l'eau qui le rendrait directement soluble dans l'alcool.

» Voici d'autres faits qui viennent à l'appui des assertions qui précèdent et qui montrent en même temps qu'il existe une quantité notable de chaux caustique dans la soude brute.

» Si on agite cette matière bien pulvérisée avec de l'eau froide et qu'on prolonge le contact de ce mélange pendant plusieurs jours, la liqueur contient presque exclusivement du carbonate de soude et de la soude caustique. Son titre alcalimétrique varie selon les usines, et quelquefois dans le même établissement, de 36 à 42 degrés. Dans ce nombre la soude caustique entre pour des proportions comprises entre 5 et 15 degrés, le sulfure de sodium pour quelques millièmes seulement.

» Si au lieu d'agiter la soude brute avec l'eau on la lave sur un filtre, elle fournit, quelle que soit sa provenance, le même titre alcalimétrique qu'après une longue agitation avec l'eau, mais la soude caustique y est en proportion deux ou trois fois moins considérable que dans l'expérience précédente. Dans le premier cas on a laissé à la chaux le temps de réagir sur le carbonate de soude et de le caustifier; dans le second, la rapidité des lavages et le soin qu'on met à ne pas multiplier les points de contact de la chaux avec le carbonate de soude entravent la réaction dont il s'agit, et une partie beaucoup plus considérable du carbonate échappe à la chaux.

» Ces expériences fournissent deux marcs bien différents : le premier, dans lequel la chaux a été carbonatée, parce qu'elle a rendu caustique une quantité correspondante de carbonate de soude, n'exerce plus d'action sur une dissolution de ce sel.

» Le second marc, au contraire, lui enlève rapidement son acide carbonique et produit une nouvelle quantité de soude caustique, qui ajoutée à la première est la même que celle qui aurait été obtenue directement par le contact et l'agitation prolongés de l'eau avec la soude brute.

» Les fabricants savent bien que la soude brute fournit plus ou moins

de caustique selon la manière dont on la lessive, et les expériences que je viens de rapporter ne les étonneront pas, si déjà ils ne les ont faites eux-mêmes. Je dois, pour être juste, ajouter que M. Scheurer-Kestner a montré avant moi, par des expériences faites dans des conditions un peu différentes, que la soude caustique ne se forme que lentement par l'action de l'eau et à mesure de l'hydratation de l'oxyde de calcium.

» J'insiste sur ces expériences, qui sont propres à jeter la plus vive lumière sur l'état de la chaux dans la soude brute et le marc de soude.

» Dans la théorie que je combats, celle de l'oxysulfure de calcium (2 Ca S, Ca O), la chaux n'étant pas libre ne devrait avoir aucune action sur le carbonate de soude, surtout à de basses températures; cependant les lessives sont toujours plus ou moins caustiques : cela n'est contesté par personne.

» Les partisans de cette théorie sont donc obligés, pour expliquer un fait aussi authentique, de recourir à une hypothèse peu plausible qui consiste à considérer la chaux comme existant sous deux états dans la soude brute : à l'état de liberté, c'est la partie qui caustifie le carbonate de soude; à l'état de combinaison, c'est celle qui reste dans le marc.

» Mais il y a des soudes qui ne renferment que 3 ou 4 pour 100 de chaux, sous une forme autre que celle de sulfure et de carbonate. Cette petite quantité de chaux n'est-elle pas hors de toute proportion atomique avec le sulfure de calcium?

» L'analyse, il est vrai, accuse dans certaines soudes jusqu'à 10 pour 100 de chaux libre, mais leur propriété de rendre caustique une quantité équivalente de carbonate de soude montre clairement que cette base ne s'y trouve pas en combinaison avec le sulfure de calcium. D'ailleurs ces diverses qualités de soude brute fournissent des marcs sans chaux libre ou avec quelques millièmes seulement de cette base.

» Les charrées de fabriques contiennent, selon la manière dont le lessivage a été effectué, de $\frac{1}{2}$ à 4 pour 100 de chaux libre.

» Je rapporterai une des expériences faites sur la charrée de Chauny; elle servira d'exemple pour le cas où il s'agit de recherches semblables.

» 10 grammes de marc sec et en poudre fine ont été maintenus en ébullition pendant quelques minutes avec 10 grammes de carbonate de soude cristallisé et environ 200 centimètres cubes d'eau; on a filtré et lavé. Cette dissolution a été précipitée par un excès de chlorure de baryum pour la débarrasser du carbonate alcalin; la liqueur et les eaux de lavage ont été mélangées et divisées en deux parties égales.

» La première moitié a exigé $3^{cc},2$ d'acide sulfurique normal pour être neutralisée; elle contenait donc 6,4 degrés alcalimétriques de soude caustique et de monosulfure de sodium, soit pour la totalité $12^{\circ},8$.

» L'autre moitié a été mise dans un vase d'un litre rempli d'eau froide et sursaturée par l'acide sulfurique étendu; il a fallu, pour enlever l'hydrogène sulfuré, $15^{cc},8$ d'une dissolution de sulfate de cuivre, dont 4 centimètres cubes représentent 1 degré alcalimétrique : $\frac{15,8}{4} = 3^{\circ},9$; ce titre doit être doublé pour revenir à la liqueur primitive, ce qui donne pour les sulfures $7^{\circ},8$. Les 12,8 degrés alcalimétriques doivent être comptés ainsi :

Sulfure...........................	$7^{\circ},8$
Soude caustique....................	5°

Ces 5 degrés de soude caustique indiquent que le marc contenait 1,425 pour 100 de chaux libre.

» Un autre échantillon de la même charrée, qui donne 1,425 de chaux indiquée par 5 degrés alcalimétriques de soude caustique, après avoir été détruit en grande partie par une ébullition prolongée avec du carbonate de soude, a produit la même quantité de soude caustique, savoir : 5 degrés pour 10 grammes de matière.

» Voyons les conséquences de ce mode de décomposition appliqué à la recherche de la constitution de la soude brute.

» La soude brute mêlée pendant quelques heures avec de l'eau tiède lui cède toutes ses parties solubles.

» Supposons qu'un essai alcalimétrique indique pour 5 grammes de matière 40 degrés, un autre essai 8 degrés de soude caustique, et une dernière expérience $0^{\circ},5$ de sulfure, nous en concluons que cette soude contient :

Carbonate de soude........................	$31^{\circ},5$
Soude caustique...........................	8°
Monosulfure de sodium.....................	$0^{\circ},5$

» Une partie du même échantillon de soude, encore sous le poids de 5 grammes, est maintenue pendant *quatre heures* en ébullition avec de l'eau. Le carbonate de soude est pour la plus grande partie détruit; au lieu de 31 degrés de carbonate, il ne m'en reste plus que $11^{\circ},5$, et au lieu de $0^{\circ},5$ sulfure, j'en ai 20. Je les obtiens par la destruction d'un composé sulfuré; mais le degré de soude caustique reste le même, il est toujours de 8 degrés, et j'en conclus que la soude en question ne contenait pas de chaux à l'état

d'oxysulfure; car, si elle s'y trouvait sous cette forme, elle serait apte à caustifier le carbonate de soude tout comme celle dont la proportion est représentée par les 8 degrés dont il s'agit.

» Cette expérience et celle dans laquelle l'acide carbonique passe de la soude sur la chaux, dans le sein de l'eau froide, me paraissent démontrer de la manière la plus nette et la plus certaine qu'il n'existe d'oxysulfure ni dans la soude brute ni dans les charrées.

» L'analyse fournit une autre preuve de cette assertion. Ainsi, j'ai trouvé dans la soude brute un excès de chaux correspondant à la quantité de soude caustique qu'elle produit par l'action suffisamment prolongée de l'eau.

» J'ai constaté d'un autre côté qu'un marc de soude produit au laboratoire par l'action prolongée de l'eau sur une soude commerciale contient assez d'acides sulfhydrique et carbonique pour neutraliser la totalité de la chaux. Quelquefois, cependant, il y a, relativement à ces deux acides, un excès de chaux de $\frac{1}{2}$ à $1\frac{1}{2}$ pour 100. Cette circonstance n'a aucune importance quant aux théories qu'il s'agit de comparer et de juger; elle est due sans doute à ce que de très-petites quantités de chaux existent en combinaison avec la silice et l'alumine.

» J'ai analysé le marc que laisse la soude de Thann dont M. Scheurer-Kestner avait bien voulu m'envoyer un échantillon, et j'y ai trouvé comme moyenne de plusieurs résultats concordants :

Soufre	24,4
Calcium	41,0
Acide carbonique	11,0

qui correspondent à :

Sulfure de calcium	54,9
Carbonate de chaux	25,0

Une analyse de M. Scheurer-Kestner lui avait donné, sur un autre échantillon de soude de la même fabrique :

Soufre	29,0
Calcium	49,1
Acide carbonique	13,7

abstraction faite des matières étrangères (charbon, silice, alumine). Ce dosage s'accorde parfaitement avec mes résultats.

» Pour mieux faire saisir cette concordance, voici les nombres rapportés à 100 :

	Mon analyse.	Analyse de M. Scheurer-Kestner.
Soufre	31,9	31,4
Calcium	53,6	53,5
Acide carbonique	14,3	15,0

» Ces analyses marchent d'accord avec les proportions de sulfate de soude et de carbonate de chaux employées par M. Kestner pour la fabrication de la soude (100 de sulfate et 90 de craie).

» En transformant par le calcul le soufre (24,4) en sulfate de soude et le calcium (41) en carbonate de chaux, on a :

Sulfate de soude	108
Carbonate de chaux	102,5

ou

Sulfate	100
Carbonate	90,4

» A Chauny, où l'on emploie plus de calcaire qu'à Thann, la moyenne de plusieurs analyses de marc de soude obtenu au laboratoire, après un contact prolongé entre l'eau et la soude, m'a donné :

Soufre	20,40
Calcium	38,10
Acide carbonique	15,00

qui représentent 45,9 de sulfure de calcium et 34 de carbonate de chaux.

» Ces proportions correspondent à 100 de sulfate de soude et à 105 de calcaire, qui sont en usage à Chauny.

» La composition de ces charrées concourt donc avec leurs propriétés pour démontrer qu'elles ne contiennent pas de chaux libre. Toutes deux sont formées de sulfure de calcium, de carbonate de chaux, et ne diffèrent que par les proportions de ces deux substances.

» Si on employait plus de calcaire relativement au sulfate de soude, on aurait sans aucun doute une soude qui laisserait un marc encore plus chargé de carbonate de chaux, mais qui n'en serait pas moins formé de ce sel et de sulfure de calcium, car il n'y a point d'exception à la règle suivante : *Toute soude brute, formée dans des conditions industrielles, donne, par un contact suffisamment prolongé avec l'eau, un marc dans lequel la saturation de la chaux est complète.*

» La charrée retenant à peu près complétement le soufre et le calcium contenus dans la soude brute, les analyses qui précèdent confirment l'opinion générale des fabricants, que la flamme bleue qui jaillit de la soude en fusion ne contient pas d'acide sulfureux. S'il n'en était pas ainsi, le rapport primitif serait dérangé : on y trouverait moins de soufre et plus de calcium, et l'on a vu que dans les usines de Thann, comme dans celles de la compagnie de Saint-Gobain, ce rapport présente exactement celui des matières premières.

» Il est peu important que le soufre se brûle ou non pendant la fabrication de la soude, puisqu'on ne tire aucun parti des charrées; mais il n'en est pas de même du sodium.

» Il est de notoriété que le sulfate de soude ne fournit pas à beaucoup près le rendement théorique. Certains fabricants croient que la perte dans la première opération, celle de la soude brute, est due à une volatilisation du sodium. C'est une chose à examiner et dont je m'occupe. Mais ce qu'il y a de certain, c'est que le marc de soude contient en général 3 à 4 pour 100 d'alcali qui sont perdus pour le fabricant.

» Le sulfure de sodium qui se forme pendant le lessivage correspond à son équivalent de carbonate de soude et représente une autre perte.

» Dans un précédent Mémoire sur le sulfure de calcium, j'ai fait voir que ce composé est altéré par l'eau, bien qu'en faible proportion, et que de cette décomposition résulte un sulfhydrate de sulfure, ce qui est d'ailleurs conforme aux indications de M. Rose.

» Le bisulfhydrate jouissant de la propriété de saturer l'acide sulfurique, il en résulte que les essais de soude brute faits en lessivant cette matière sont difficiles et jusqu'à un certain point inexacts.

» Une certaine quantité de sulfhydrate calcaire et de chaux même peut venir s'ajouter aux sels alcalins, de sorte que l'on court le danger de porter beaucoup trop haut le degré alcalimétrique et de se tromper même de plusieurs centièmes sur ce degré. On est ici placé entre deux écueils, celui de ne pas assez laver et celui de trop laver la soude brute. On obvie d'une manière sinon rigoureusement exacte, du moins très-satisfaisante, à ces inconvénients, en agitant pendant une heure 30 grammes de soude passée au tamis avec 300 centimètres cubes d'eau. 50 centimètres cubes de dissolution représentent la prise d'essai ordinaire, celle de 5 grammes; le reste sert aux essais de caustique et de sulfure.

» Tout récemment, MM. E. Kopp et W. Hofmann, jeune chimiste attaché

à l'usine de Dieuze, ont fait connaître des expériences qui, si elles étaient exactes, viendraient à l'appui de la théorie de l'oxysulfure de calcium.

» M. E. Kopp a remarqué qu'un marc de soude analysé par M. W. Hofmann ne produisait avec le carbonate de soude que des quantités insignifiantes de soude caustique, bien qu'on ait trouvé plus de 12 pour 100 de chaux dans cette charrée.

» On comprend que je ne puisse contester un résultat qu'il n'est pas en mon pouvoir de vérifier : je demande cependant la permission de dire ici que j'ai examiné des charrées provenant de bien des sources différentes et que je n'en ai pas trouvé une seule présentant une composition aussi anormale que celle dont il s'agit, car indépendamment d'une proportion énorme de chaux non combinée aux acides sulfhydrique et carbonique, la charrée analysée par M. Hofmann contenait 7 pour 100 de sulfure de sodium (1). Je considère comme exceptionnelle la charrée dont parle M. Kopp, et je suis convaincu que cet habile chimiste voudra bien en examiner de nouveau la composition et les réactions.

» Je serai plus explicite sur la Note envoyée il y a quelques jours à l'Académie par M. W. Hofmann sur l'oxysulfure de calcium, car il signale des expériences que chacun peut facilement répéter et juger.

» M. Hofmann produit de l'oxysulfure en calcinant avec du charbon un mélange de 2 équivalents de sulfate de chaux et 1 équivalent de chaux vive. Remarquant que le composé ainsi préparé est impropre à caustifier le carbonate de soude, il en conclut que c'est de l'oxysulfure de calcium (2CaS, CaO), dont l'existence jusqu'alors avait été tant contestée. En conséquence, il se croit autorisé à considérer avec M. Kopp le marc de soude comme une combinaison identique avec celle dont il est question. Si, comme je le crois, les expériences de M. Scheurer-Kestner et les miennes sont exactes, l'existence de l'oxysulfure de calcium, fût-elle parfaitement constatée, ne changerait rien à nos conclusions.

» Quoi qu'il en soit, j'ai voulu vérifier les expériences de M. Hofmann et n'ai pas tardé à reconnaître que l'oxysulfure de calcium ne se forme pas dans les conditions qu'il indique. Quand on porte à une température rouge avec un excès de charbon un mélange de 2 équivalents de sulfate de chaux et 1 équivalent de chaux, le sulfate se réduit et l'acide carbonique qui résulte de cette décomposition se divise en deux parties, dont l'une se dégage et l'autre se combine avec la chaux. De là un mélange de sulfure

---

(1) *Journal de Pharmacie et de Chimie*, janvier 1866.

de calcium et de carbonate de chaux naturellement impropre à la caustification du carbonate de soude. C'est sans doute la matière qu'a obtenue M. Hofmann et qu'il a prise pour de l'oxysulfure.

» Mais si on porte plus haut la température du mélange, le carbonate calcaire se détruit et on s'en assure facilement en examinant le gaz que l'acide chlorhydrique dégage de la matière calcinée. Ce gaz ne contient plus d'acide carbonique : c'est de l'hydrogène sulfuré entièrement absorbable par un sel de cuivre ou de plomb.

» Après une décomposition ainsi achevée, le produit caustifie, non-seulement avec l'eau chaude, mais encore avec l'eau froide, le carbonate de soude ; c'est en effet un mélange de chaux et de sulfure de calcium comme celui qu'on trouve dans la soude brute, et l'on est ainsi conduit bien plutôt à contredire qu'à confirmer l'opinion des partisans de la théorie qui admet l'existence d'un oxysulfure dans la soude.

» M. Hofmann a encore avancé qu'on obtient son nouveau composé par la calcination directe du sulfure de calcium avec la chaux.

» Cette seconde assertion, sur laquelle il ne s'est pas d'ailleurs arrêté et qui était sans doute basée sur un rapprochement théorique, n'est pas exacte : c'est encore un simple mélange de sulfure et de chaux libre qui enlève comme le premier l'acide carbonique au carbonate de soude.

» En résumé :

» L'analyse des substances qui constituent la soude brute et l'étude de leurs réactions m'ont conduit aux conclusions suivantes :

» 1° La soude brute est un mélange de carbonate de soude, de sulfure de calcium, de carbonate de chaux et de chaux libre.

» 2° Une soude brute, prise indistinctement dans une usine, donne par un contact *prolongé* avec l'eau, soit à froid, soit à chaud, une quantité de soude caustique proportionnelle à celle de la chaux libre qu'elle renferme. Dans ces conditions, la soude laisse pour résidu un marc dans lequel la totalité de la chaux est neutralisée par les acides sulfhydrique et carbonique. Une telle charrée est impropre à caustifier le carbonate de soude avec lequel on la met en réaction, et on peut la détruire avec un carbonate alcalin sans que de sa décomposition résulte la moindre proportion de soude caustique, ce qui aurait lieu infailliblement s'il restait dans cette charrée de la chaux unie à du sulfure de calcium.

» Les soudes brutes du commerce contiennent de 6 à 20 degrés de soude caustique, qui représentent 3,5 à 11,5 pour 100 de chaux libre.

» 3° Le marc de soude, tel que le fournissent les soudières, n'étant

pas obtenu dans des conditions qui assurent d'une manière complète la réaction de la chaux sur le carbonate de la soude brute, contient en général une petite quantité de chaux libre dont on constate la présence et la proportion, soit par l'analyse, soit par la propriété qu'elle présente de caustifier le carbonate de soude.

» Plusieurs fois j'ai constaté par ces moyens que des charrées ne retenaient plus que des fractions de centième de chaux libre; mais en général on en rencontre de 1 à 3, quelquefois même de 3 à 6 pour 100.

» 4° Étant donnée une soude brute, on peut, suivant la manière dont on la lessive, laisser ou ne pas laisser de chaux libre dans sa partie insoluble.

» Cette circonstance explique comment certaines charrées sont aptes à caustifier le carbonate de soude, tandis que d'autres, dans lesquelles la saturation de la chaux par l'acide carbonique est complète, sont dépourvues de cette faculté.

» 5° Rien ne démontre jusqu'à présent l'existence de l'oxysulfure de calcium ($2\,CaS, CaO$) ni de toute autre combinaison de chaux et de sulfure de calcium.

» La calcination du sulfure de calcium avec la chaux, comme celle du sulfate de chaux avec la chaux vive et le charbon, présente, en quelque proportion que ce soit, tous les caractères d'un simple mélange de sulfure et d'oxyde de calcium. »

GÉOMÉTRIE. — *Relations entre les deux caractéristiques d'un système de courbes d'ordre quelconque; par* **M. Chasles.**

« La théorie des systèmes de coniques représentés par deux caractéristiques, dont l'une exprime le nombre des coniques qui passent par un point, et l'autre, le nombre des coniques qui touchent une droite, n'est point particulière aux coniques : elle s'étend aux systèmes de courbes d'ordre quelconque, comme on l'a vu déjà par des exemples variés (*). En outre, le procédé général de démonstration, dans les coniques, qui repose sur le principe de correspondance entre deux séries de points ou de droites (**), s'applique aussi à la démonstration des propriétés des systèmes de courbes d'ordre supérieur, et ces propriétés s'expriment en fonction des

---

(*) Voir *Comptes rendus*, séance du 15 février 1864; t. LVIII, p. 300.

(**) *Ibid.*, séance du 27 juin, p. 1175.

deux caractéristiques, comme dans la théorie des coniques. Mais ce qui manque principalement, pour que la théorie des courbes d'ordre supérieur soit aussi complète, ou du moins aussi avancée que celle des coniques, c'est de connaître le nombre des courbes qui satisfont aux conditions *élémentaires* de passer par des points et de toucher des droites : en d'autres termes, c'est de connaître les caractéristiques des *systèmes élémentaires* de chaque ordre de courbes. Il est probable que la connaissance de ces caractéristiques, pour un ou deux ordres déterminés, mettrait sur la voie de la loi générale pour un ordre quelconque, de même que quelques exemples numériques du binôme de Newton suffisaient pour dévoiler la formule générale. Il y a donc là un but de recherches bien digne de fixer l'attention des géomètres; car il s'ensuivrait une formule générale qui exprimerait le nombre des courbes d'ordre m, satisfaisant à $\frac{m(m+3)}{2}$ conditions quelconques, et comprendrait ainsi la solution immédiate d'une infinité de questions. Ce qui serait un résultat merveilleux.

» Mais je veux indiquer, dans ce moment, certaines difficultés qui doivent se présenter dans la recherche des propriétés d'un système de courbes déterminé par deux caractéristiques.

» On a vu que, dans la théorie des coniques, un élément de difficultés graves provenait des coniques exceptionnelles, ou *quasi-coniques*, représentées par deux droites ou par deux points. Les questions les plus simples n'étaient point affranchies de ces difficultés; car on ne parvenait pas même à déterminer le nombre des coniques passant par deux points et touchant deux droites et une conique. C'est qu'il fallait connaître le nombre théorique des coniques exceptionnelles, dans chaque système exprimé par deux caractéristiques. Les difficultés ont disparu, dès que l'on a connu ces deux nombres, qui sont toujours $(2\nu - \mu)$ et $(2\mu - \nu)$; μ et ν représentant les deux caractéristiques du système (*).

» Dès lors une question se présente naturellement. Y a-t-il dans les systèmes de courbes d'ordre supérieur des causes de difficultés analogues à celles qui proviennent, dans les systèmes de coniques, des deux sortes de coniques exceptionnelles? Y a-t-il quelques fonctions des deux caractéristiques, analogues aux fonctions $(2\mu - \nu)$ et $(2\nu - \mu)$, qui puissent servir à lever les difficultés? Quelles sont les particularités inhérentes aux courbes d'un système, dont ces fonctions seront l'expression?

(*) *Comptes rendus*, t. LVIII, p. 1173.

» On conçoit que ces particularités pourront être plus variées dans les courbes d'ordre supérieur, que dans les simples coniques, parce que les premières peuvent avoir des branches multiples, de divers ordres de multiplicité, des points multiples, des tangentes multiples, des tangentes d'inflexion, etc., dont il faut tenir compte dans chaque démonstration.

» Les deux théorèmes suivants paraissent répondre à la question que nous avons posée.

» THÉORÈME I. — *Si toutes les courbes d'un système* (μ, ν) *d'ordre* m *sont douées de points multiples d'ordre* r' *dont le lieu soit une courbe d'ordre* r, *et qu'en outre, une courbe du système soit formée de deux courbes distinctes, dont une, d'ordre* s, *soit multiple d'ordre* s' *(c'est-à-dire, soit l'ensemble de* s' *courbes égales et coïncidentes), on a la relation*

$$2\mu(m-1)-\nu=r(r'-1)+s(s'-1).$$

» On conçoit que toutes les courbes d'un système puissent avoir un point multiple du même ordre r', soit que cette condition se trouve explicitement dans l'énoncé des conditions qui constituent le système, soit qu'elle dérive implicitement de ces conditions. Tous ces points multiples d'un même ordre seront évidemment sur une courbe d'un certain ordre r.

» Si les courbes ne satisfont pas toutes aux conditions qu'implique un point multiple de même ordre, on aura $r=0$. Si, au contraire, elles ont toutes un second point multiple d'ordre r'_1, dont le lieu soit une courbe d'ordre r_1, il entrera dans le second membre de l'équation un terme $r_1(r'_1-1)$. Pareillement, s'il n'y a pas de courbe qui ait une branche multiple, on aura $s=0$; mais s'il y a plusieurs courbes qui aient chacune une branche multiple, il entrera dans le second membre autant de termes tels que $s(s'-1)$.

» THÉORÈME II. — *Lorsque toutes les courbes d'un système* (μ, ν) *d'ordre* m *sont douées d'un point multiple d'ordre* r, *et que* d *courbes ont en outre un point double, et* d' *courbes un point de rebroussement; si les courbes ont toutes des tangentes multiples d'ordre* t' *dont l'enveloppe soit une courbe de la classe* t, *et toutes des tangentes d'inflexion, dont l'enveloppe soit une courbe de la classe* i, *on aura la relation*

$$2\nu[m^2-m-1-r(r-1)]-\mu=d+2d'+t(t'-1)+2i.$$

» Si les courbes n'ont pas toutes le point multiple d'ordre r que suppose l'énoncé du théorème, on fera $r=0$. Si quelque courbe a un point multiple d'ordre ρ, on regardera ce point comme équivalent à $\frac{\rho(\rho-1)}{2}$ points

doubles, et le terme $\frac{\nu(\nu-1)}{2}$ entrera dans le second membre de l'équation.

» On reconnaît immédiatement que, dans le cas d'un système de coniques, le premier théorème exprime que $(2\mu-\nu)$ est le nombre des coniques infiniment aplaties, et le second, que $(2\nu-\mu)$ est le nombre des coniques à point double, c'est-à-dire des coniques représentées par deux droites.

» On peut démontrer ces théorèmes de bien des manières, comme je l'ai dit pour les sections coniques, et par les mêmes considérations (*) : il suffit de prendre un théorème connu, et de chercher à le démontrer par un raisonnement qui introduise des solutions étrangères, dont on détermine ainsi les causes, le nombre et l'expression.

» *Démonstration du théorème I.* — On sait que le nombre des courbes du système (μ, ν) qui touchent une conique U est $2(\mu+\nu)$ (**). Cherchons ce nombre par les considérations suivantes : Par un point x de U passent μ courbes, qui rencontrent U en $\mu(2m-1)$ points u. De même, par un point u passent μ courbes qui rencontrent U en $\mu(2m-1)$ points x. Il existe donc $2\mu(2m-1)$ points x qui coïncident chacun avec un point u correspondant. Ces points de coïncidence appartiennent en général à des courbes tangentes à U; mais un certain nombre proviennent de deux causes différentes : ces points étrangers à la question se trouvent sur les courbes d'ordre r et d'ordre s, dont la première est le lieu des points multiples des courbes du système, et la seconde est une branche, multiple d'ordre s', d'une de ces courbes. En effet, soit x un point d'intersection de la courbe d'ordre s et de la conique U. Par ce point passe une courbe à point multiple d'ordre r' qui rencontre U en $2(2m-1)$ points u, dont $(r'-1)$ coïncident avec x. Ainsi, il y a en ce point $(r'-1)$ points de coïncidence de x et de u étrangers à la question; ce qui fait $2r(r'-1)$ solutions étrangères, à raison des $2r$ points d'intersection de la courbe d'ordre r et de U.

» Pareillement, soit x un point de la courbe d'ordre s; cette courbe est multiple d'ordre s'; elle a donc $(s'-1)$ de ses points u, d'intersection avec U, coïncidant avec x; ce qui fait encore sur U $2s(s'-1)$ points étrangers à la question. En tout donc, $2r(r'-1)+2s(s'-1)$.

» Ainsi l'on a

$$2\mu(2m-1) = 2(\mu+\nu) + 2r(r'-1) + 2s(s'-1);$$

(*) *Comptes rendus*, t. LVIII, p. 300.

(**) *Comptes rendus*, t. LVIII, p. 1173.

d'où

$$2\mu(m-1)-\nu=r(r'-1)+s(s'-1).$$

C. Q. F. D.

» *Autrement.* Au lieu de chercher le nombre des courbes tangentes à une conique U, on peut chercher le nombre des courbes tangentes à une droite, lequel est ν : le raisonnement est absolument le même, et conduit immédiatement à la formule.

» *Autrement.* Une droite D étant donnée, le lieu des points qui ont cette droite pour axe harmonique dans toutes les coniques est une courbe de l'ordre ν, parce que cette courbe a ν points sur la droite D, qui sont les ν points de contact des ν courbes du système tangentes à D. Cherchons à déterminer directement le nombre des points de la courbe qui se trouvent sur une droite quelconque L. On sait que le point qui a pour axe harmonique une droite D, dans une courbe donnée, se trouve à l'intersection des polaires de deux points quelconques de la droite. Soient O, O′ ces deux points. Par un point x de la droite L, passent μ polaires du point O, relatives à μ courbes (parce que par ce point O lui-même passent μ polaires, savoir, les polaires des μ courbes qui passent par O). Les polaires de O′ relatives aux μ courbes rencontrent L en $\mu(m-1)$ points u, qui correspondent ainsi au point x. De même, à un point u correspondent $\mu(m-1)$ points x. Donc il existe $2\mu(m-1)$ points x qui coïncident chacun avec un point u correspondant. Ces points sont en général des points d'intersection de deux polaires de O et de O′, relatives à une même courbe du système : ce sont conséquemment des points du lieu cherché, c'est-à-dire des points qui ont pour axe harmonique la droite D ou OO′. Leur nombre serait donc $2\mu(m-1)$; tandis qu'il est réellement ν. Il y a donc $2\mu(m-1)-\nu$ solutions étrangères, dont voici la cause.

» La droite L rencontre la courbe d'ordre r, lieu des points multiples d'ordre r' des courbes du système, en r points. Soit x un de ces points. Par ce point passent tout à la fois la polaire du point O relative à la courbe qui a un point multiple en x, et la polaire du point O′ relative à la même courbe; et cette polaire ayant en ce point x, comme on sait, un point multiple d'ordre $(r'-1)$, coupe L en $(r'-1)$ points u qui coïncident avec x. Il y a ainsi $(r'-1)$ coïncidences en chacun des r points d'intersection de la courbe d'ordre r et de L; ce qui fait $r(r'-1)$ solutions étrangères.

» En outre, la droite L rencontre la branche d'ordre s, multiple d'ordre s', en s points. Soit x un de ces points. Par ce point passe la polaire

de O relative à la courbe à laquelle appartient cette branche d'ordre s, et passe aussi la polaire de O' relative à la même courbe. Or, cette polaire est une courbe douée d'une branche multiple d'ordre $(s'-1)$ coïncidente avec la branche de la courbe, et qui, dès lors, donne $(s'-1)$ points u coïncidant avec x. Ce qui fait encore $s(s'-1)$ solutions étrangères. Le nombre des points de coïncidence de x et de u étrangers à la question est donc $r(r'-1)+s(s'-1)$; et dès lors, on a

$$2\mu(m-1)-\nu = r(r'-1)+s(s'-1).$$

» *Autrement.* On sait que les tangentes menées d'un point fixe aux courbes du système ont leurs points de contact sur une courbe d'ordre $(\mu+\nu)$. Démontrons ce théorème comme suit. Les tangentes menées d'un point Q à une courbe ont leurs points de contact sur la polaire de ce point, relative à la courbe. Le lieu des points de contact des tangentes menées aux courbes d'un système (μ, ν) est donc le lieu des points de rencontre de ces courbes et des polaires du point Q. D'après cela : par un point x d'une droite L passent μ courbes ; les polaires du point Q relatives à ces courbes coupent L en $\mu(m-1)$ points u. Par un point u passent μ polaires, et les courbes auxquelles elles se rapportent coupent L en $m\mu$ points x. Il existe donc $\mu(m-1)+m\mu=\mu(2m-1)$ points x qui coïncident chacun avec un point u correspondant. Ces points sont les points de contact cherchés, abstraction faite de ceux qui forment des solutions étrangères. Ceux-ci sont : 1° les points de la courbe d'ordre r, lieu des points multiples d'ordre r'; en chacun de ces points, la courbe polaire d'une des courbes qui y passent a un point multiple d'ordre $(r'-1)$, comme il a été dit ci-dessus, et donne donc $(r'-1)$ points u coïncidant avec le point x ; ce qui fait $r(r'-1)$ solutions étrangères ; 2° les points de la courbe d'ordre s, multiple d'ordre s'; le point x étant en un de ces points, la polaire de la courbe à laquelle appartient cette branche multiple a elle-même une branche multiple d'ordre $(s'-1)$ coïncidant avec la première, qui donne donc $(s'-1)$ points u coïncidant avec le point x ; ce qui fait encore $s(s'-1)$ points étrangers. Donc

$$\mu(2m-1) = (\mu+\nu)+r(r'-1)+s(s'-1);$$

d'où

$$2\mu(m-1)-\nu = r(r'-1)+s(s'-1).$$

» *Démonstration du théorème II.* — Dans le système (μ, ν), μ courbes passent par un point quelconque. Cherchons ce nombre μ par le raison-

nement suivant. Une droite $\mathrm{I}x$ menée par un point I est tangente à ν courbes. Ces courbes ayant toutes un point multiple d'ordre r, par hypothèse, on peut leur mener, par le point I, $\nu[m(m-1)-1-r(r-1)]$ autres tangentes $\mathrm{I}u$.

» De même, à une droite $\mathrm{I}u$ correspondent $\nu[m(m-1)-1-r(r-1)]$ droites $\mathrm{I}x$.

» Donc, il existe $2\nu[m(m-1)-1-r(r-1)]$ droites $\mathrm{I}x$ qui coïncident chacune avec une droite $\mathrm{I}u$ correspondante. Ces droites sont tangentes à des courbes passant par le point I, à l'exception des droites appartenant à des solutions étrangères. Celles-ci sont causées par les points doubles et de rebroussement des courbes du système, par leurs tangentes multiples et leurs tangentes d'inflexion. Si une courbe a un point double, la droite $\mathrm{I}x$ qui passe par ce point coïncide avec une des droites $\mathrm{I}u$ qui lui correspondent; donc d points doubles introduisent d solutions étrangères. Si une courbe a un point de rebroussement et que la droite $\mathrm{I}x$ passe par ce point, deux des droites $\mathrm{I}u$ correspondantes coïncident avec $\mathrm{I}x$. Donc d' points de rebroussement causent $2d'$ solutions étrangères. Si les tangentes multiples d'ordre t' des courbes du système enveloppent une courbe de la classe t, il passe par le point I t tangentes multiples, et chacune d'elles étant prise pour $\mathrm{I}x$, il lui correspond $(t'-1)$ droites $\mathrm{I}u$ qui coïncident avec elle, ce qui fait $t(t'-1)$ droites étrangères à la question. Les tangentes d'inflexion des courbes du système enveloppent une courbe de la classe i; par le point I passent donc i de ces tangentes. Si l'une est prise pour $\mathrm{I}x$, il lui correspond deux tangentes $\mathrm{I}u$ qui coïncident avec $\mathrm{I}x$, ce qui fait encore $2i$ solutions étrangères. On a donc l'équation

$$2\nu[m(m-1)-1-r(r-1)]=\mu+d+2d'+t(t'-1)+2i;$$

ou

$$2\nu[m^2-m-1-r(r-1)]-\mu=d+2d'+t(t'-1)+2i.$$

C. Q. F. D.

» Dans un système de coniques, $m=2$, $r=0$, $d'=0$, $t=0$, $i=0$; et il vient

$$2\nu-\mu=d.$$

C'est le nombre des coniques à point double, c'est-à-dire des coniques représentées par deux droites.

» *Autrement.* Cherchons par les considérations suivantes le nombre $2(\mu+\nu)$ des courbes qui touchent une conique U. La tangente en un point x de U

touche ν courbes du système, dont chacune a $2[m(m-1)-r(r-1)]-1$ autres tangentes communes avec U; appelons u leurs points de contact avec U; il y aura ainsi $\nu\{2[m(m-1)-r(r-1)]-1\}$ points u correspondants au point x. Pareillement, à un point u correspond un pareil nombre de points x. Donc il existe $2\nu\{2[m(m-1)-r(r-1)]-1\}$ points x qui coïncident chacun avec un point u. Ces points sont les points de contact des courbes du système et de U, abstraction faite de certains points qui s'y trouvent comme solutions étrangères. Ceux-ci sont dus aux points doubles et de rebroussement des courbes du système, à leurs tangentes multiples et à leurs tangentes d'inflexion.

» 1° Si une courbe a un point double, par ce point passent deux tangentes de U qui comptent pour quatre tangentes communes à la courbe et à U; c'est-à-dire que chacune des deux tangentes compte pour deux tangentes de U, et donne lieu à un point de coïncidenee de x et de u, ce qui fait donc une solution étrangère, et deux pour chaque point double; donc $2d$ pour les d points doubles.

» 2° Si une courbe a un point de rebroussement, par ce point passent deux tangentes de U qui comptent chacune pour trois, et causent deux points u coïncidant avec un point x : ce qui fait quatre solutions étrangères pour chaque point de rebroussement, et $4d'$ pour les d' points de rebroussement.

» 3° Les tangentes multiples des courbes du système sont d'ordre t', et enveloppent une courbe de la classe t, qui a donc $2t$ tangentes communes avec U. Chacune de ces tangentes touche U en un point x, par ce point passent $(t'-1)$ autres tangentes coïncidant avec la première, et qui donnent donc $(t'-1)$ points u coïncidant avec x, ce qui fait $(t'-1)$ solutions étrangères, et $2t(t'-1)$ pour l'ensemble des $2t$ tangentes de U.

» 4° Les tangentes d'inflexion des courbes du système enveloppent une courbe de la classe i, qui a donc $2i$ tangentes communes avec U. Une de ces tangentes, qui touche U en x, est considérée comme coïncidant avec deux autres tangentes de la courbe, au même point d'inflexion; il y a donc deux points u coïncidant avec x, ce qui fait deux solutions étrangères, et, par conséquent, $4i$, à raison des $2i$ tangentes de U.

» Ainsi l'on a l'égalité

$$2\nu\{2[m(m-1)-r(r-1)]-1\}=2(\mu+\nu)+2d+4d'+2t(t'-1)+4i;$$

ou

$$2\nu[m(m-1)-1-r(r-1)]-\mu=d+2d'+t(t'-1)+2i.$$

» *Autrement.* Si d'un point Q on mène des tangentes aux courbes du système, et par les points où ces tangentes rencontrent une droite D d'autres tangentes : *celles-ci enveloppent une courbe de la classe*

$$\nu\{2[m(m-1)-r(r-1)]-1\}.$$

» Par conséquent, $\nu\{2[m(m-1)-r(r-1)]-1\}$ tangentes de la courbe doivent passer par le point Q. Ces tangentes sont : 1° les $(\mu+\nu)$ qui ont leurs points de contact sur la droite D; 2° les droites menées aux d points doubles que possèdent les courbes du système; les droites menées aux points de rebroussement, dont chacune donne lieu à deux tangentes passant par Q, ce qui fait $2d'$ tangentes; 3° les t tangentes multiples qui passent par Q, dont chacune donne lieu à $(t'-1)$ autres tangentes passant aussi par Q, ce qui fait $t(t'-1)$; 4° enfin, les i tangentes d'inflexion qui passent par Q, dont chacune donne lieu à deux tangentes passant aussi par Q, ce qui fait $2i$ tangentes. On a donc

$$\nu\{2[m(m-1)-r(r-1)]-1\}=\mu+\nu+d+2d'+t(t'-1)+2i;$$

ou

$$2\nu[m^2-m-1-r(r-1)]-\mu=d+2d'+t(t'-1)+2i.$$

C. Q. F. D.

» OBSERVATIONS. — Les théorèmes que nous venons de démontrer établissent deux relations générales entre les deux caractéristiques d'un système de courbes d'ordre m, et certains éléments ou particularités $r, r', s, s', d, \ldots$ inhérentes au système.

» Lorsqu'une caractéristique est connue *à priori*, chacune des deux relations suffit pour déterminer l'autre, mais dans le cas seulement où l'on connaît les éléments qui entrent dans l'équation, ce qui malheureusement n'a pas lieu en général, car les conditions qui déterminent un système ne font point connaître aisément les particularités diverses du système.

» Du reste, si ces particularités étaient connues toutes, on en conclurait immédiatement les deux caractéristiques du système, au moyen des deux équations où elles entrent. Cela peut arriver dans quelques questions de la théorie des coniques; on en trouve un exemple très-remarquable dans un Mémoire d'un jeune et habile géomètre de Copenhague sur les contacts multiples que les systèmes de coniques peuvent avoir avec des courbes d'ordre supérieur (*).

(*) Mémoire de M. Zeuthen (*Comptes rendus*, séance du 22 janvier 1866; t. LXII, p. 177.

» Nous n'avons parlé que des systèmes de courbes d'ordre déterminé; mais il y a pareillement des systèmes de courbes de classe déterminée. Ces systèmes peuvent être considérés comme corrélatifs des premiers; et ils donnent lieu de même à deux relations générales entre leurs caractéristiques, relations qui peuvent se démontrer directement, ou se conclure corrélativement des deux théorèmes généraux ci-dessus. Nous en donnerons l'énoncé dans un autre moment. »

Observations de M. le Général **Morin** *à l'occasion de la présentation, faite par* M. Velpeau, *de l'ouvrage de* M. le Dr Le Fort *sur les Maternités* (1).

« Parmi les résultats d'observation recueillis avec tant de persévérance et de dévouement à l'humanité par M. le Dr Le Fort, ceux qui concernent la mortalité dans les hôpitaux d'accouchement de Paris étaient en partie connus. Le Comité consultatif d'hygiène et de service médical des hôpitaux, créé par décret impérial du 29 août 1862, et qui compte dans son sein neuf Membres de l'Institut et plusieurs de nos grandes notabilités médicales, s'est très-sérieusement occupé des remèdes à apporter à ce fâcheux état de choses signalé depuis longtemps. Après de longues discussions, une Commission, que j'avais l'honneur de présider, a présenté, par l'organe de feu M. Malgaigne, un Rapport dont les conclusions, adoptées par le Comité, peuvent être résumées ainsi qu'il suit :

« Les hôpitaux d'accouchement étant nécessaires pour recevoir et secourir » les femmes ou les filles-mères qui ne peuvent être soignées à domicile, » leur suppression absolue ne paraît pas possible.

» Dans les hôpitaux à créer, le nombre des salles sera calculé de manière » qu'il n'y en ait, en service, que trois sur quatre, afin que l'une de ces » salles soit, à tour de rôle, inoccupée, aérée et nettoyée pendant trois » mois de l'année.

» Le nombre des lits par salle sera limité à dix; ils seront écartés de » 3 mètres environ, et l'espace cubique alloué par lit dans ces salles sera » de 80 à 100 mètres cubes, au lieu de 50 à 55 mètres cubes affecté dans les » hôpitaux ordinaires.

» Le volume d'air à renouveler par heure et par lit sera de 80 à 100 mètres cubes, au lieu de 60 à 70 mètres cubes alloué pour les hôpitaux » ordinaires.

(1) *Voir* au *Bulletin bibliographique*.

» Après chaque accouchement, heureux ou malheureux, la literie et » toutes les fournitures seront renouvelées et nettoyées à fond. »

» Ces mesures ont reçu l'approbation du Ministre de l'Intérieur, qui a fait imprimer dans le *Bulletin administratif* de son département et envoyer à tous les Préfets le Rapport de M. Malgaigne. Le Comité a pensé que l'on parviendrait ainsi à atténuer dans une large mesure et peut-être même à faire disparaître des hôpitaux d'accouchement les terribles épidémies de fièvre puerpérale qui, dans l'état actuel, enlèvent parfois 20 à 25 femmes sur 100 accouchées.

» On ne saurait douter que les Administrations hospitalières ne s'empressent d'appliquer ces règles dans tous les hôpitaux de nouvelle création qu'elles auront à construire, en y ajoutant les autres améliorations que leur dévouement et leur expérience indiqueront.

» Il n'est pas inutile peut-être d'ajouter que les proportions adoptées par le Comité pour ce genre d'hôpitaux, si larges qu'elles puissent paraître, ont été dépassées encore dans quelques pays étrangers, et notamment à Saint-Pétersbourg, où une maison d'accouchement établie en 1863 pour 104 femmes n'a que des salles de quatre lits, et où le renouvellement de l'air est réglé à 100 mètres cubes par heure et par lit.

» Le beau travail et l'honorable dévouement de M. le D^r Le Fort, en jetant sur ces questions une vive lumière, et en faisant connaître de douloureuses mais utiles vérités, contribueront à accélérer la réalisation d'améliorations réclamées depuis longtemps par l'humanité. »

PALÉONTOLOGIE. — *Couteau mexicain en obsidienne.* Nuclei *portant la trace des lames qui en ont été détachées.* Note de **M. Roulin.**

« L'Académie n'a pas oublié l'intéressante communication qui lui a été faite l'an dernier (séance du 14 août) sur les objets d'antiquité préhistorique découverts à l'île d'Elbe par M. Foresi. Parmi les produits divers de cette industrie primitive, M. Simonin signalait « des *nuclei* rappelant les fameux » pains de beurre de Pressigny », et mentionnait, en particulier, un *nucleus* trouvé à la Pianosa, îlot voisin de l'île d'Elbe. « C'est, disait-il, une » belle obsidienne noire et portant sur ses contours la trace de longs » éclats.... Sa forme est conique. »

» Un *nucleus* qui rappelle encore mieux ceux de Pressigny est celui que j'ai l'honneur de mettre sous les yeux de l'Académie, car il en repro-

duit jusqu'à la forme générale, tenant le milieu entre la pointe de lance et la lame de hache.

» Cette pièce d'ailleurs a été trouvée bien loin de celle dont parle M. Simonin; elle vient du nouveau continent. J'en ai eu connaissance en poursuivant ma quête d'instruments en pierre pouvant être rapprochés de ceux qui ont été envoyés de Java au gouvernement francais et mis sous les yeux de l'Académie. Puisque j'ai occasion de mentionner cette importante collection, que j'ai été chargé d'examiner de concert avec M. Daubrée, qu'il me soit permis de dire en passant que si le Rapport n'a pas encore été fait, je suis seul cause du retard, ayant été arrêté à plusieurs reprises par la difficulté de constater la provenance exacte des instruments de pierre conservés dans les collections publiques ou privées que je devais rapprocher de ceux de Java.

» Les quatre pièces que je mets aujourd'hui sous les yeux de l'Académie ne laissent pas d'incertitude quant au pays où elles ont été façonnées; elles viennent du Mexique, apportées par un officier français qui n'est à Paris qu'en passant, et qui a bien voulu me les confier pour un jour. Elles m'ont paru intéressantes à divers égards; la première pièce surtout, qui montre quelle adresse de main peut acquérir un ouvrier qui ne doit compter que sur un grossier outillage. Quoique dans le travail de la pierre par simple percussion il y ait toujours une part laissée au hasard, cette part, comme on peut le voir ici, est bien réduite par l'habileté du lapicide. Notre fabricant de couteaux les a obtenus tous de la longueur que comportait le *nucleus*.

» Non moins habile devait être l'ouvrier qui taillait le silex; et l'on peut être certain que lorsqu'il voulait fabriquer une hache, il savait dégrossir la pierre de manière à laisser à l'aiguiseur le moins de travail possible. Sans doute cela n'est pas apparent dans le plus grand nombre des ébauches rapportées de Pressigny, mais cela pourrait bien tenir à ce qu'on n'a laissé sur le chantier que les pièces de rebut.

« Je reviens aux obsidiennes mexicaines. Des quatre pièces que je présente la seconde est un *nucleus* traité par un ouvrier qu'on peut supposer moins habile que celui qui a taillé le premier, car on voit qu'il a donné quelques faux coups. Une partie de la surface vierge de l'obsidienne est encore conservée.

» La troisième pièce est un bloc qui semble n'avoir été entamé que par un seul coup.

» La quatrième est un couteau ou rasoir ayant exactement la forme qu'on devait attendre en considérant les traces laissées sur le *nucleus*. C'est une pièce ébréchée, hors de service et probablement abandonnée. On ne devait guère songer à réparer les lames en obsidienne quand on pouvait en faire d'un seul coup. On eût perdu beaucoup de temps à les aiguiser sans parvenir à leur rendre le tranchant vif que leur avait donné la cassure (1).

» M. Simonin remarquait, relativement au *nucleus* de la Pianosa, qu'il est divisé en deux. « On a dû, poursuivait-il, continuer à détacher des éclats, » car les deux *nuclei* ne concordent plus mathématiquement, mais on voit » bien que ce sont deux jumeaux. »

» La découverte de ces deux moitiés de cône dans le voisinage l'une de l'autre, et pour ainsi dire toutes prêtes à être rapprochées par l'archéologue, n'a rien de bien surprenant. Il n'en est pas tout à fait de même du fait suivant rapporté par M. Troyon (*Habitat. lacust.* Explication des planches, *Pl. V*, n° 22, lame en silex trouvée à Concise) : « On les détachait d'un seul coup donné avec dextérité sur l'extrémité de la masse. » On conserve dans le Musée d'antiquités de Copenhague un de ces noyaux » en silex, avec les nombreuses lamelles qu'on en a détachées; celles-ci » ont pu être réunies autour du noyau *sans laisser le plus léger interstice.* »

» On conçoit bien que l'homme de Pianosa ait abandonné sur le chantier les deux moitiés d'un *nucleus* épuisé; mais que dans l'autre cas on ait aussi abandonné, non pas une, mais toutes les lames qu'on venait de détacher, c'est ce qui ne s'explique, ce me semble, que par la supposition d'un ouvrier surpris au milieu de son travail et échappant par la fuite à l'ennemi qui menaçait sa vie; comme il est probable que dans sa frayeur il dut abandonner jusqu'à son marteau, il est bien fâcheux qu'on n'ait pas songé à chercher ce précieux instrument qui serait une pièce intéressante et unique, je crois, dans les collections. »

(1) Les lames d'obsidienne ont souvent un tranchant si vif, que pour certains usages elles sont encore aujourd'hui employées de préférence aux instruments d'acier. Ainsi, à Quito, où les dames, très-habiles à broder, font volontiers cet ouvrage en compagnie, M. Boussingault a vu dans chaque corbeille, à côté de fins ciseaux de coutellerie anglaise, un éclat d'obsidienne dont la brodeuse faisait usage toutes les fois qu'il fallait couper le fil au ras de l'étoffe.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Note sur les fonctions de* Sturm; *par* **M. Ph. Gilbert.**

(Commissaires : MM. Serret, Bonnet.)

« Soit

$$X = x^n + p_1 x^{n-1} + \ldots + p_n = 0$$

une équation de degré n; soient $a, b, \ldots, l$ ses racines, et

$$\left\{\begin{array}{l} R_0 = \alpha_0 x^{n-1} + \beta_0 x^{n-2} + \gamma_0 x^{n-3} + \ldots + \lambda_0, \\ R_1 = \alpha_1 x^{n-1} + \beta_1 x^{n-2} + \gamma_1 x^{n-3} + \ldots + \lambda_1, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ R_{n-1} = \alpha_{n-1} x^{n-1} + \beta_{n-1} x^{n-2} + \gamma_{n-1} x^{n-3} + \ldots + \lambda_{n-1}, \end{array}\right.$$

n fonctions de degré $n-1$ se déduisant toutes de la première R_0, laquelle n'est autre chose que la dérivée X_1 de X, par la suite d'équations :

$$R_1 = xR_0 - \alpha_0 X, \quad R_2 = xR_1 - \alpha_1 X, \ldots, \quad R_{n-1} = xR_{n-2} - \alpha_{n-2} X.$$

Toutes ces fonctions R_i se calculeront donc avec une grande rapidité, et l'on a d'ailleurs

$$R_i = \sum \frac{a^i}{x-a} X.$$

» Cela posé :

» 1° On aura en général

$$\alpha_i = \sum a^i.$$

En d'autres termes, *les coefficients $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_{n-1}$ sont les sommes des puissances semblables des degrés* $0, 1, \ldots, n-1$ *des racines de l'équation proposée.*

» 2° En appelant $X, X_1, X_2, \ldots, X_n$ les fonctions de Sturm, ou plutôt celles de M. Sylvester, qui n'en diffèrent que par des facteurs constants positifs, nous aurons

$$X_1 = R_0 = \alpha_0 x^{n-1} + \beta_0 x^{n-2} + \ldots + \lambda_0,$$

$$X_2 = \begin{vmatrix} \alpha_0, & \beta_0 x^{n-2} + \ldots + \lambda_0 \\ \alpha_1, & \beta_1 x^{n-2} + \ldots + \lambda_1 \end{vmatrix}, \quad X_3 = \begin{vmatrix} \alpha_0, & \beta_0, & \gamma_0 x^{n-3} + \ldots + \lambda_0 \\ \alpha_1, & \beta_1, & \gamma_1 x^{n-3} + \ldots + \lambda_1 \\ \alpha_2, & \beta_2, & \gamma_2 x^{n-3} + \ldots + \lambda_2 \end{vmatrix}, \ldots$$

et enfin

$$X_n = \begin{vmatrix} \alpha_0, & \beta_0, & \gamma_0, \ldots, & \lambda_0 \\ \alpha_1, & \beta_1, & \gamma_1, \ldots, & \lambda_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{n-1}, & \beta_{n-1}, & \gamma_{n-1}, \ldots, & \lambda_{n-1} \end{vmatrix}.$$

» Ces formules fournissent un moyen facile à retenir, et très-rapide dès que l'on a un peu d'habitude du calcul numérique des déterminants, pour obtenir les fonctions sturmiennes par de simples multiplications. Elles permettent même, aussitôt que les fonctions R_i sont calculées, d'écrire immédiatement le terme affecté d'une puissance quelconque de x, dans l'une quelconque des fonctions X_i, indépendamment de tous les autres termes. Les formes diverses données par MM. Sylvester, Cayley, Brioschi, Hermite se déduisent sans peine des formules précédentes, ainsi que les expressions des facteurs par lesquels il faut multiplier les fonctions X_i pour passer aux fonctions de Sturm.

» 3° Le *dernier terme* H *de l'équation aux carrés des différences des racines de l'équation* $X = 0$, ou le produit de ces carrés, se déduit aussi du calcul des fonctions R_i, puisque l'on sait (*Journal de Liouville*, t. VII, p. 368) que ce dernier terme ne diffère pas de la dernière fonction X_n de M. Sylvester. On a donc

$$H = \begin{vmatrix} \alpha_0, & \beta_0, \ldots, & \lambda_0 \\ \alpha_1, & \beta_1, \ldots, & \lambda_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ \alpha_{n-1}, & \beta_{n-1}, \ldots, & \lambda_{n-1} \end{vmatrix}.$$

» Appliquons cette méthode à l'équation du troisième degré

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0;$$

il vient immédiatement

$$R_0 = 3x^2 + 2px + q,$$
$$R_1 = -px^2 - 2qx - 3r,$$
$$R_2 = (p^2 - 2q)x^2 + (pq - 3r)x + pr,$$

d'où

$$H = \begin{vmatrix} 3, & -p, & p^2 - 2q \\ 2p, & -2q, & pq - 3r \\ q, & -3r, & pr \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3, & p, & 2q, \\ 2p, & 2q, & pq + 3r \\ q, & 3r, & 2pr \end{vmatrix}$$
$$= 18pqr - 27r^2 + p^2q^2 - 4p^3r - 4q^3.$$

» De même, l'équation du quatrième degré

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$$

nous donnera

$$\begin{aligned}
R_0 &= 4x^3 + 3px^2 + 2qx + r,\\
R_1 &= -px^3 - 2qx^2 - 3rx - 4s,\\
R_2 &= (p^2 - 2q)x^3 + (pq - 3r)x^2 + (pr - 4s)x + ps,\\
R_3 &= [(pq - 3r) - p(p^2 - 2q)]x^3 + [pr - 4s - q(p^2 - 2q)]x^2\\
&\quad + [ps - r(p^2 - 2q)]x - s(p^2 - 2q).
\end{aligned}$$

En formant le déterminant H et opérant les réductions bien connues, il vient de suite

$$H = - \begin{vmatrix} 4, & p, & 2q, & 3r \\ 3p, & 2q, & pq + 3r, & 2pr + 4s \\ 2q, & 3r, & 2pr + 4s, & 3ps + qr \\ r, & 4s, & 3ps, & 2qs \end{vmatrix};$$

il reste donc simplement à développer ce déterminant.

» Ce procédé pour calculer le dernier terme de l'équation aux carrés des différences semble offrir sur les autres (SERRET, *Algèbre supérieure*, p. 30 et 452) l'avantage d'être facile à retenir, de s'appliquer directement aux équations numériques, et de ne point exiger que l'on forme d'abord ce terme, pour toutes les équations de degré inférieur à n, avant d'arriver à l'équation de degré n. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches chimiques sur la végétation ; fonctions des feuilles* (suite); *par* **M. B. Corenwinder.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires : MM. Brongniart, Boussingault, Peligot.)

« Dans ce Mémoire, je présente la suite de mes recherches sur les fonctions des feuilles, recherches que je poursuis depuis plus de quinze années.

» Les principales observations exposées dans ce nouveau travail peuvent se résumer ainsi :

» 1° Les feuilles des plantes acquièrent beaucoup plus de carbone pendant le jour qu'elles n'en perdent pendant la nuit. Ce fait important, que j'ai démontré en 1858, vient d'être confirmé par M. Boussingault.

» 2° Tous les botanistes ont remarqué qu'il se forme souvent un dépôt pulvérulent sur les feuilles submergées des plantes aquatiques, telles que le Potamot, les *Chara*, l'*Hippuris*, etc. MM. Cloëz et Gratiolet ont constaté que ce dépôt est du carbonate de chaux, et ils ont supposé avec raison qu'il avait lieu au moment où la feuille absorbe l'acide carbonique qui tenait le sel en dissolution.

» En répétant les expériences d'Ingenhousz sur les feuilles des plantes aériennes, c'est-à-dire en exposant celles-ci au soleil dans des cloches pleines d'eau de source qui contenait du bicarbonate de chaux, j'ai observé que ces organes se couvraient, surtout à la face inférieure, d'une poudre blanche ténue. Je ne me rappelais pas, pour le moment, l'observation de MM. Cloëz et Gratiolet, mais il me fut facile de m'assurer que cette poudre était du carbonate de chaux pur. C'est particulièrement avec les feuilles de la Capucine que le fait est bien manifeste.

» Cette expérience permet donc d'assister, pour ainsi dire, au phénomène de l'absorption de l'acide carbonique par les feuilles. On voit distinctement les points où cet acide pénètre dans ces organes. Elle prouve, en outre, que les feuilles aériennes se comportent comme les feuilles submergées lorsqu'on les soumet aux rayons du soleil dans de l'eau chargée de bicarbonate calcaire; seulement, avec les premières, le phénomène n'est pas de longue durée.

» 3° Sennebier a démontré que les feuilles devenues rouges lorsqu'elles sont sur le point de tomber, les feuilles sèches, celles qui ont poussé dans l'obscurité, ne produisent pas d'oxygène sous l'influence des rayons solaires. Il a annoncé aussi que les feuilles qui ont des panachures, c'est-à-dire des parties diversement colorées, n'en donnent le plus souvent que par leurs parties vertes.

» Cependant de Saussure a fait une expérience sur les feuilles rouges de l'*Atriplex*, et il a découvert que ces organes, exposés au soleil, laissent dégager de l'oxygène en abondance. Il a prétendu même que ces feuilles colorées en rouge en exhalent une quantité aussi importante que celles de la variété de l'*Atriplex* qui a des feuilles vertes (1).

(1) Beaucoup d'autres feuilles colorées expirent aussi de l'oxygène lorsqu'elles reçoivent les rayons du soleil. Cette fonction doit-elle être attribuée exclusivement à la matière verte qu'on trouve généralement dans ces feuilles, et qui exercerait son action spéciale nonobstant le voile dont elle est revêtue? Ne pourrait-on pas supposer aussi que le chlorophylle est sus-

» Il résulte de ces observations qu'il faut distinguer les feuilles chez lesquelles la coloration rouge, blanche ou jaune est un indice de dégénérescence ou d'épuisement (soit que ces couleurs affectent la feuille entière ou seulement des fragments de sa surface), de celles qui sont normalement colorées en pourpre au moment où leur vitalité est dans toute sa plénitude. Les premières n'ont pas d'action sur l'acide carbonique, les dernières le décomposent avec beaucoup d'activité.

» Il m'a paru intéressant de rechercher comment se comportent la nuit les feuilles qui ne donnent pas d'oxygène le jour.

» Les feuilles étiolées, par exemple celles de la Chicorée qu'on fait pousser dans une cave, exhalent de l'acide carbonique en l'absence de la lumière, surtout si la température est un peu élevée (1).

» L'Érable panaché possède souvent des feuilles entièrement blanches à l'extrémité de ses rameaux; celles-ci n'expirent pas d'oxygène sous l'influence des rayons solaires, mais elles laissent dégager de l'acide carbonique en quantité notable dans l'obscurité entière ou à la lumière diffuse d'un appartement.

» Ainsi le phénomène de l'expiration nocturne se manifeste même chez des végétaux dépourvus de chlorophylle (2).

» 4° De Saussure n'était pas éloigné de penser que les feuilles produisent constamment de l'acide carbonique, aussi bien le jour que la nuit. Quelques physiologistes partagent cette opinion et assimilent la respiration des plantes à celle des animaux. Dans l'intention d'apprécier la valeur de cette théorie, j'ai fait plusieurs centaines d'expériences qui me permettent aujourd'hui de présenter les affirmations suivantes :

» Dans leur première jeunesse, les bourgeons, les feuilles naissantes versent dans l'atmosphère le jour, en plein air, même au soleil, une certaine quantité d'acide carbonique. Cette faculté subsiste pendant une époque variable suivant les espèces. Ces organes, pendant leur exposition au soleil, commencent de bonne heure aussi à exhaler une proportion d'oxygène,

---

ceptible d'éprouver, en certains cas, des modifications dans sa couleur, et même dans ses propriétés chimiques, tout en conservant son influence sur l'acide carbonique?

(1) M. Boussingault a déjà annoncé qu'une plante née dans l'obscurité doit émettre incessamment de l'acide carbonique, tant que les matières contenues dans la graine fournissent du carbone (*Annales des Sciences naturelles*, t. Ier, p. 315; 1864).

(2) M. Ch. Lory a observé déjà (*Annales des Sciences naturelles*; 1847) que les Orobanches, plantes parasites dépourvues de parties vertes, dégagent de l'acide carbonique à toutes les époques de leur végétation, soit à la lumière, soit dans l'obscurité.

faible d'abord, mais qui s'accroît à mesure qu'ils se développent. Ces deux fonctions sont simultanées pendant une certaine période; bientôt la dernière devient prédominante, et la première cesse de se manifester (1).

» Les feuilles adultes et complétement développées n'expirent jamais d'acide carbonique, le jour, lorsqu'elles se trouvent dans des conditions normales, c'est-à-dire en plein air et sous la voûte du ciel. Mais si on les maintient dans un appartement loin des fenêtres, ou dans un lieu fort ombragé, elles en dégagent plus ou moins pendant le jour, suivant la nature de la plante et l'affaiblissement de la lumière. Ceci explique pourquoi il est difficile de conserver des végétaux dans des appartements.

» J'ai déjà annoncé ces derniers faits dans un précédent Mémoire; dans celui-ci je les confirme par des expériences effectuées avec le plus grand soin, et à l'aide de la méthode dont s'est servi de Saussure lui-même; seulement j'ai modifié un peu ses procédés afin d'éviter les erreurs dans lesquelles il est tombé. »

GÉOLOGIE. — *Sur des faits géologiques et minéralogiques nouveaux concernant divers gisements de phosphate de chaux.* Extrait d'une Note de **M. Bertrand de Lom.**

« 1er GISEMENT. *Basalte.* — M. Damour ayant bien voulu, par une analyse qualitative, reconnaître l'existence du phosphate de chaux dans un basalte que je lui ai remis, mais sans déterminer les proportions, quantités que j'estime très-considérables, rien qu'en voyant la multitude de petits cristaux dont ce basalte est pétri, je viens signaler ce fait important à la science, et quelques autres du même genre, persuadé que l'Académie fera bon accueil à ma communication.

» Et d'abord, le basalte en question constitue des galets fortement altérés gisant sur le sol arable de la Haute-Loire (environs du Puy). Cet état d'altération met en évidence les cristaux de phosphate, qui sont des prismes hexaèdres basés, d'un blanc grisâtre, prismes réduits ou usés en partie par l'action érosive des agents extérieurs, d'où résultent autant de petits vides que de cristaux attaqués.

» De prime abord, ayant pensé avoir affaire au carbonate de chaux (à l'état d'arragonite), je ne me suis pas préoccupé, bien que le fait en valût

---

(1) Ces phénomènes sont de même ordre que ceux observés pendant la germination par M. Boussingault (*Économie rurale*, t. Ier, p. 40; 1851).

la peine, de rechercher la coulée d'où étaient partis ces intéressants galets de basalte. Maintenant que la chose vaut bien plus la peine d'être recherchée, j'espère que je ne serai pas longtemps à mettre la main dessus.

» 2ᵉ GISEMENT. *Déjections volcaniques.* — Dans celui-ci le sel de chaux en question est de couleur verdâtre, quelquefois bleue, en cristaux confus, bien que le prisme hexaèdre basé se montre de temps à autre. Ce phosphate se présente en quantité considérable, dans des rognons d'une sorte de pegmatite disséminée parmi ces déjections.

» 3ᵉ GISEMENT. *Tuffa-Peperino* (butte volcanique de Cheyrac). — Dans ce troisième gisement, c'est encore dans une sorte de pegmatite que le phosphate existe, mais en quantité infiniment moindre que dans le précédent, la roche qui le contient en étant moins fortement imprégnée et étant elle-même distribuée en moins grande abondance dans ledit tuffa. La couleur du phosphate de chaux est la même que dans le gisement précédent, sa cristallisation également confuse.

» En signalant l'existence de ce sel de chaux en quantité si notable dans les principaux systèmes de terrains volcaniques, on ne devrait plus être étonné de la fertilité extraordinaire du sol arable qui dérive ou résulte de la décomposition de ces produits ignés, de même que de la fertilité de certaines parties des terrains granitiques qui, d'après leur aspect sableux et par le manque d'humus, sembleraient plutôt frappés de stérilité, comme en présente le sol de certaines landes, fertilité due ici encore au même principe qui fertilise le sol volcanique. Ci-après, un trait saillant de ce dernier genre.

» 4ᵉ GISEMENT. *Granite à grandes parties ou grands éléments.* — Dans ma communication du 8 novembre dernier, j'ai déjà dit un mot de ce gisement. Le premier échantillon recueilli par moi dans le sol de remblai dont je parlais offrait une quantité très-notable de phosphate de chaux en petits cristaux de couleur verdâtre; et le mica de cette roche offrait cet intérêt de toujours affecter la forme de prisme rhomboïdal simple, qu'on a rarement occasion de rencontrer, et d'une transparence à satisfaire les exigences du *polariscope*. Ces motifs étaient suffisants pour m'engager à remonter jusqu'à la source, et je n'y ai pas failli.

» Arrivé sur les lieux où gît cette sorte de granite, le premier fait qui me mit sur la voie de constater la présence du phosphate dans la roche fut la belle apparence d'un *seigle*, richesse de végétation comme j'en avais rarement vu dans cette céréale, précisément dans un endroit assez éloigné des fermes, et même peu accessible aux chariots des cultivateurs. En peu de temps j'eus constaté la présence du phosphate de chaux en ces lieux, dans

un granite à grandes parties, comme je l'ai déjà dit, granite constituant un système assez développé. Il faut bien le dire, la richesse de végétation si extraordinaire remarquée sur un point était bien loin d'être la même partout, ce que doit expliquer la quantité de phosphate de chaux, très-abondant sur certains points, comme dans les échantillons que j'ai soumis à l'appréciation de MM. Daubrée et Delafosse, et en très-faible quantité sur d'autres.

» Voulant savoir si véritablement le phosphate de chaux était la vraie et seule cause d'une telle fertilité sur ce point, j'interrogeai le propriétaire du seigle en question, et il m'apprit que le fumier de sa ferme était à peine suffisant pour la partie de son domaine qu'on appelle le Vol-du-Chapon, et que, si cette partie de sa propriété donnait de temps à autre de bonnes récoltes, c'était la Providence qui l'ordonnait, me dit-il. J'ajoute qu'il avait remarqué que le sol avait besoin de temps à autre d'être défoncé, mais sans se douter, bien entendu, que le sel de chaux en question fût la vraie cause d'une telle fertilité.

» 5e Gisement. *Coupet.* — Un dernier fait du même genre, et c'est le gisement connu sous le nom de *Coupet*, volcan enclavé dans les communes de Saint-Èble et de Mazerat-Crespignac, qui va nous le fournir.

» Ce sont de gros nodules de titanite de fer empâtant un nombre considérable de cristaux d'apatite, de phosphate de chaux, couleur gris de perle, en quantité paraissant former la base de ces nodules.

» On y trouve encore de grands nodules composés d'augite, de pyroxène fibreux verdâtre, de fer titané et de cristaux de phosphate de chaux répandus indistinctement dans ces trois composants, mais alors en moins grande quantité que dans le premier cas, et en cristaux moins gros, presque *aciculaires*.

» La découverte récente d'un certain nombre de Pachydermes, Ruminants, etc., non encore signalés dans ce gisement, m'engagera à solliciter de nouveau l'attention de l'Académie en lui donnant la nomenclature complète des richesses paléontologiques qu'il renferme. Ce sera le sujet d'une prochaine communication.

» Un mot encore au sujet du phosphate de chaux. L'origine éruptive de cette substance est parfaitement claire, dans les cas que nous venons de décrire, à l'exception de celle du phosphate qui se trouve dans le basalte.

» En effet, la lave ayant traversé le calcaire lacustre, si riche en fossiles, du bassin du Puy, et le phosphate du basalte ne portant pas les preuves d'une origine éruptive comme dans tous les autres endroits décrits, quelques géologues seraient peut-être tentés de penser que le phosphate pourrait

avoir ici une origine organique. Mais si l'on tient compte de la quantité si extraordinaire de ce sel contenue dans ce basalte, et de la manière uniforme dont il y est répandu, il faudra renoncer à la source organique pour s'en tenir à une source commune. Telle est du moins mon opinion à ce sujet. »

(Renvoi aux Commissaires déjà nommés pour les précédentes communications de l'auteur.)

MINÉRALOGIE. — *Sur l'ancienne exploitation des mines d'étain de la Bretagne.* Lettre de **M. Simonin** à M. Élie de Beaumont.

« J'ai l'honneur de vous adresser quelques documents nouveaux intéressant l'ancienne exploitation des mines d'étain en France. Ces documents viennent corroborer ceux que l'Académie a déjà reçus au sujet des gisements stannifères du Limousin et de la Marche; mais il s'agit cette fois des mines d'étain de la Bretagne.

» J'ai visité récemment, près de Ploërmel (Morbihan), dans les environs du lieu dit la Villeder, des gîtes stannifères très-anciennement fouillés. Ces gîtes, au sujet desquels de nombreuses communications ont déjà été faites à l'Académie, notamment par feu M. Durocher, ont été, il y a quelques années, réexploités avec beaucoup d'activité. M. Durocher y a constaté la présence de l'or dans les alluvions de la surface, et même la présence du mercure. Les *Comptes rendus* de 1861 ont fait connaître le résultat de ses recherches. Il est curieux que l'or ait été également découvert à Vaulry.

» Au point de vue de l'ancienne histoire de la Gaule, ces placers ont la même importance que M. Mallard signalait pour ceux de Vaulry et Montebras. On y a retrouvé une hache en pierre polie, une hache en bronze, des débris de tuiles, de poteries, des restes de conduites qui portaient l'eau aux placers, pour le lavage des sables métallifères. Je ne parle pas des tas énormes de déblais et des excavations toujours visibles à la surface, non plus que des monticules, retrouvés çà et là, de scories parsemées de grains d'étain.

» Le gîte de la Villeder consiste en un système de filons quartzeux placés au contact des granites et des schistes anciens. La direction principale de ces filons est nord-nord-ouest, c'est-à-dire qu'ils correspondent au soulèvement de la Vendée rapporté à la Villeder; d'autres, obliques aux premiers et jalonnés sur une ligne qui oscille autour du nord-ouest, correspondent au soulèvement du Morbihan.

» Les gîtes de la Villeder se relient à ceux de Penestin (en breton *Pen-*

Staen, le Cap ou la Pointe de l'Étain) et de Piriac, qu'on rencontre à l'embouchure de la Vilaine et de la Loire, sur le rivage même de l'Océan. La Cornouailles française, par ce point comme par tant d'autres, se rapproche de la Cornouailles anglaise, sa voisine et sa sœur.

» C'est à l'embouchure de la Loire, comme à la pointe de l'Armorique anglaise, que les Phéniciens et les Grecs, ces premiers marchands de la Méditerranée, venaient, au temps d'Homère, charger l'étain. Les Cassitérides, sur lesquelles on a tant disputé sans se mettre d'accord, pourraient aussi bien être les îles situées vers l'embouchure de la Loire et de la Vilaine, Noirmoutiers, Belle-Ile, l'île d'Houët, etc., que les Scilly que nous appelons les Sorlingues, et qui regardent, mais en plein Océan, le Cornouailles anglais, fertile en naufrages. Strabon, le plus exact de tous les géographes de l'antiquité, et celui d'entre eux, en même temps, qui a le plus voyagé, place les Cassitérides au nord de l'Espagne. Les îles que l'on vient de citer répondent à ce signalement mieux que les Sorlingues. Cependant on ne peut nier que les Tyriens, les Grecs, et plus tard les Carthaginois, n'allassent même jusque dans la Grande-Bretagne, où les mines d'étain et de cuivre du Cornouailles étaient également alors l'objet d'une exploitation florissante qui n'a jamais été interrompue depuis.

» Il est intéressant de remarquer que le mot breton servant à désigner l'étain, *staen*, se retrouve plus ou moins reconnaissable dans presque toutes les langues européennes : le latin, l'italien, l'espagnol, le français, l'allemand, l'anglais, etc., sous les formes *stannum*, *stagno*, *estaño*, *étain*, *zin*, *tin*, etc. »

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. H. Sainte-Claire Deville, Fremy, Commission qui aura également à s'occuper des précédentes communications du même auteur.)

PALÉONTOLOGIE. — *Sur des couteaux d'obsidienne d'Auvergne et les* nuclei *d'où ils avaient été détachés, trouvés dans les fouilles exécutées pour le chemin de fer de Lunéville à Baccarat.* Lettre de M. GUÉRIN à M. Élie de Beaumont.

« Il y a quelques mois, je lisais dans les *Comptes rendus* un travail de M. Damour sur les matières premières ayant servi à la confection des armes de l'âge de pierre. M. Damour faisait remarquer l'absence presque absolue d'un silicate connu sous le nom d'*obsidienne*, et qui n'aurait été mentionné jusqu'à ce jour que par M. Simonin comme trouvé à l'île d'Elbe. Je crois devoir, à cette occasion, vous annoncer, Monsieur, qu'il y a deux

ans environ, en exécutant des travaux pour la construction du chemin de fer de Lunéville à Baccarat, les ouvriers ont découvert dans des alluvions très-anciennes quatre ou cinq fragments d'une matière vitreuse et noir-verdâtre, qui furent remis à M. Lebrun, architecte à Lunéville, et qui, après constatations, furent reconnus pour être véritablement de l'obsidienne d'Auvergne. Sur ces cinq morceaux, deux sont de véritables noyaux polygonaux et présentant sur leurs faces des coups parfaitement portés et résultant de l'enlèvement de lames tranchantes; une des trois que l'on possède s'adapte très-exactement à cette matrice.

» L'aspect, la présence d'objets dont le gisement est si éloigné, la place qu'ils occupaient dans un gisement parfaitement reconnu, ne laissent aucun doute sur l'authenticité de cette découverte.

» Les noyaux ont 8 et 10 centimètres sur 1 et 1 $\frac{1}{2}$ de diamètre; les lames ont 7 à 10 millimètres d'épaisseur. »

(Commission nommée pour la Note de M. Simonin.)

M. Saint-Lager adresse, de Lyon, un Mémoire concernant l'influence que peut exercer la *constitution géologique du sol* sur l'existence du *goître* endémique et du crétinisme. Examinant successivement, à ce point de vue, les différentes formations, il arrive à conclure « que le crétinisme et le goître endémique coïncident avec les terrains métallifères. La pyrite de fer, dit-il, vient au premier rang dans l'ordre de fréquence; c'est le seul élément constant dans les pays à goître. En second lieu vient la pyrite de cuivre (sulfure double de cuivre et de fer), puis viennent la galène argentifère ou antimoniale, la blende, la stybine, la barytine, etc. »

L'auteur a pensé que les résultats de l'observation pourraient être confirmés par l'expérience, et dans ce but il a administré à un rat un mélange de sulfate ferrique et de pyrite de fer, à la dose d'environ 5 centigrammes par jour. Sous l'influence de cette médication continuée depuis plus de deux mois, il a vu apparaître une tumeur à la place où se manifeste le goître chez l'homme, et plusieurs médecins auxquels il a fait voir l'animal l'ont considéré comme décidément goîtreux. Toutefois il n'a pas encore sacrifié le rat pour en faire l'autopsie, qui déciderait ce que la simple observation extérieure lui rend seulement vraisemblable. Il continue à suivre cette expérience qu'il se propose d'étendre à d'autres sujets.

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. Pelouze, Ch. Sainte-Claire Deville, Bernard.)

M. Charlon, directeur de la Compagnie d'assurances *le Phénix espagnol*, adresse de Madrid un Mémoire concernant les règles qui doivent guider dans les assurances sur la vie pour régler le payement des annuités d'une manière équitable à la fois pour l'assureur et pour l'assuré.

(Commissaires : MM. Mathieu, Bienaymé.)

M. de Jonquières. — *Essai d'une théorie des séries et des réseaux de courbes (sur le plan et dans l'espace) et de surfaces.*

Ce Mémoire, présenté dans la précédente séance, a été renvoyé à l'examen d'une Commission composée de MM. Liouville, Bertrand et Bonnet. C'est par erreur que, dans le *Compte rendu*, on a reproduit le nom des Membres qui avaient été désignés pour une ancienne communication du même auteur.

CORRESPONDANCE.

M. le Contre-Amiral Labrouste prie l'Académie de vouloir bien le considérer comme candidat pour une des places que viennent d'être créées dans la Section de Géographie et Navigation.

(Renvoi à la Section de Géographie et Navigation.)

L'Université littéraire de Lund (Suède) envoie deux volumes de ses *Actes* publiés chacun en 1864-1865, et annonce que chaque année elle en fera paraître un nouveau volume; elle espère que l'Académie, qui recevra régulièrement ses publications, voudra bien en retour la comprendre dans le nombre des Sociétés savantes auxquelles elle donne ses *Mémoires* et ses *Comptes rendus.*

(Renvoi à la Commission administrative.)

M. le Secrétaire perpétuel présente, au nom de *M. J. Marcou*, un opuscule géologique intitulé : « Le Niagara, quinze ans après »; et au nom de *M. Deherain*, la 5e année de « l'Annuaire scientifique », revue des progrès des sciences publiée en collaboration de plusieurs savants.

M. Chatin adresse, relativement aux recherches sur l'*iode* dont il a à diverses reprises entretenu l'Académie, la demande suivante :

« Des doutes s'étant propagés sur l'exactitude de quelques-uns des

résultats de mes recherches sur l'iode que je regardais comme acquis définitivement à la science, j'ai l'honneur de solliciter la nomination d'une Commission qui veuille bien soumettre ces résultats à un contrôle immédiat et sévère.

» Les points généraux, susceptibles d'une prompte vérification, sont les suivants :

» Présence générale de l'iode dans les plantes aquatiques et dans les eaux potables, dans le sol et les plantes communes, dans l'air. »

L'Académie, obtempérant à cette demande, désigne comme Commissaires MM. Boussingault, Peligot et Balard.

HYDRAULIQUE. — *Considérations sur la nature du frottement des liquides soumis à de très-grandes pressions; par* **M. A. de Caligny.**

« Je crois avoir remarqué le premier que les expériences faites par du Buat pour établir que le frottement de l'eau était indépendant des pressions n'étaient pas suffisantes, parce que les pressions comparées par cet illustre savant étaient petites par rapport à celle de l'atmosphère. On peut voir ce que j'en ai dit dans le *Journal de Mathématiques* de M. Liouville, année 1838 et surtout 1841. Les pressions que j'avais observées, celles surtout qui ont été mentionnées dans mon Mémoire publié en 1841, étaient beaucoup plus grandes que celles qui avaient été observées dans les expériences précitées de du Buat; mais il était utile, pour vérifier les conclusions, d'en étudier de plus considérables. C'est ce qui a été fait longtemps après par M. Darcy, auquel je parlai de ce que j'avais publié moi-même sur ce sujet. Les pressions observées par ce célèbre hydraulicien étaient cependant bien loin de celles qui vont se présenter dans des siphons renversés projetés par le gouvernement romain pour l'alimentation de plusieurs villes. Le P. Secchi m'ayant fait l'honneur de me consulter relativement à l'établissement de ces siphons, me connaissant comme confrère de l'Académie pontificale des *Nuovi Lincei* de Rome, je me suis empressé de lui signaler la possibilité de profiter de ces grands travaux d'utilité publique pour achever d'éclaircir ce point délicat de la théorie des liquides. Il m'a d'ailleurs semblé qu'il ne serait peut-être pas sans intérêt de mieux préciser l'état de la question. On présume, d'après les expériences de du Buat, les miennes et celles de M. Darcy, que les liquides étant extrêmement peu compressibles, leur frottement ne doit pas dépendre des pressions auxquelles ils sont soumis pour des vitesses données. Mais pour des pressions d'une

vingtaine d'atmosphères, comme celles qui vont être l'objet des observations du savant Correspondant de l'Académie, il est permis de conserver un doute, et il est intéressant d'étudier de quelle manière pourront se manifester les effets. Le sujet est, comme on va voir, plus délicat qu'il ne semble au premier aperçu.

» Dans le cas où le frottement augmenterait pour de très-fortes pressions, il est possible que cela modifie l'engrenure, si l'on peut s'exprimer ainsi, des molécules liquides sur les parois solides. Or, si les molécules engagées sur ces parois sont plus difficilement entraînées par suite d'une augmentation de frottement, on conçoit que cela peut modifier l'état des surfaces frottantes.

» On a longtemps admis avec du Buat que les véritables surfaces frottantes étaient formées de couches liquides adhérentes à la paroi, d'où l'on concluait que le frottement était le même pour des surfaces solides plus ou moins polies de natures très-différentes. Mais il résulte des expériences de M. Darcy qu'il n'est pas vrai que des parois neuves fassent éprouver à l'eau autant de frottement que celles qui sont depuis un certain temps en usage, sans que le diamètre soit cependant sensiblement rétréci.

» Il paraît d'ailleurs que cette modification de surfaces n'est pas très-longtemps à se manifester, quand les vitesses ne sont pas très-grandes; mais que, lorsqu'elles sont assez grandes, comme dans la colonne montante de la machine actuelle de Marly, les surfaces restent nettes comme si elles étaient neuves.

» Tel ne sera point en général le cas du genre d'écoulement qui sera observé dans les siphons renversés dont il s'agit. Il sera donc intéressant de comparer le débit de ces siphons neufs à ce qu'il sera après un assez long usage. Si l'on ne trouvait pas de différence sensible dans des circonstances aussi différentes, ce serait une raison de penser que la couche d'eau, tapissant mieux les parois selon les anciennes hypothèses, se serait véritablement formée sous l'action des pressions extraordinaires qui auraient modifié l'engrenure des molécules liquides engagées dans les aspérités des parois. Ainsi, dans le cas où par l'observation directe d'un débit dans une seule circonstance donnée, on ne s'apercevrait pas d'une augmentation de frottement, s'il y en avait une, provenant de la grandeur des pressions, on aurait d'autres moyens d'éclaircir le point fondamental de la question de physique, d'autant plus délicat peut-être à observer directement, que si le mode d'entraînement est changé, on conçoit que cela peut modifier les effets de la

communication latérale du mouvement des liquides par laquelle on sait comment peut être influencée l'indication précise des piézomètres.

» Dans le cas où les premières observations directes donneraient difficilement des résultats concluants par des raisons quelconques, ainsi que je viens de montrer que cela se pourrait dans une hypothèse dont la réalisation n'a rien d'impossible, il ne serait pas sans intérêt d'essayer les observations thermométriques.

» D'après la nouvelle théorie de la chaleur, le frottement, quand les surfaces ne sont pas endommagées, serait, selon divers auteurs, une fiction cachant la réalité; et la perte de travail utile qu'il occasionne serait le résultat d'un dégagement de chaleur. On conçoit donc que s'il est intéressant, pour une vitesse donnée, quand le régime uniforme sera suffisamment établi, de faire simultanément des observations piézométriques à diverses hauteurs sur un siphon renversé, et dans ses diverses parties, il sera intéressant d'essayer, autant que possible, des observations thermométriques, aussi à diverses hauteurs, et dans chaque branche. Sans entrer ici dans le détail des moyens d'observation que j'ai soumis au P. Secchi, et qui vont être essayés notamment sur un siphon renversé de deux lieues et demie de longueur développée, il m'a semblé utile de signaler aux ingénieurs le véritable état de la question. En effet, s'il se présente rarement des circonstances qui permettent ainsi, pour de très-grandes pressions, de faire des observations précises, il y a lieu d'espérer que, pour de plus grandes vitesses, par exemple à Marly, on pourra faire sur le frottement de l'eau, dans des colonnes montantes assez élevées, des études que la variation connue d'ailleurs des indications des dynamomètres dans ces circonstances rendront plus difficiles, mais qui ne seront pas sans intérêt, si les pressions ne sont pas aussi grandes que dans ces cas exceptionnels. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Sur la coloration du verre.* Note de **M. D.-E. Splitberger**, présentée par M. Pelouze.

« Dès l'année 1839 j'ai, dans ce recueil (*Annales de Poggendorff*), essayé d'attirer l'attention des chimistes sur un verre coloré en jaune. L'intéressant travail de M. Magnus sur le soufre noir et le soufre rouge a contribué à mettre en lumière la cause de cette coloration du verre. Il démontre en effet que ces deux modifications du soufre conservent leurs propriétés dans les combinaisons qu'elles forment avec les métaux alcalins et qu'elles communiquent leurs couleurs aux silicates.

» Pour donner un aperçu plus complet, je me permettrai de répéter ici quelques détails empruntés à mon premier Mémoire. On produit le verre jaune dont il s'agit en introduisant dans le verre blanc ordinaire une matière susceptible de laisser en se détruisant un résidu de charbon, la crème de tartre par exemple; mais il faut en même temps avoir soin d'écarter tout corps capable de dégager de l'oxygène.

» On admettait que cette coloration jaune était due à la présence de carbone libre dans le verre. J'ai prouvé qu'elle devait être attribuée à du soufre, ou plus exactement à des combinaisons du soufre avec les métaux alcalins, provenant de la réduction des sulfates alcalins employés. Ces combinaisons sont en effet fort colorées. Suffisamment opaque et sous une épaisseur de $0^m,004$, le verre paraît rouge-brun; exposé pendant douze ou quinze minutes au rouge naissant, température à laquelle il ne se ramollit point encore, il prend une couleur de plus en plus foncée et devient presque complétement opaque. Remarquons en passant que pour arriver juste à ce point et ne le pas dépasser il faut une certaine habitude. En cet état, il ne laisse plus passer que la lumière rouge monochromatique; il peut être employé dans les appareils de polarisation et se prête parfaitement aux observations solaires.

» Ce verre ainsi devenu, par une première élévation de température, presque complétement opaque, mais conservant toujours ses bords tranchants, exposé à une température plus élevée, de manière à lui faire subir un commencement de fusion, redevient transparent et reprend sa couleur primitive. Chauffé de nouveau, il redevient brun foncé.

» Dans mon premier Mémoire, j'ai montré l'analogie que présentaient ces changements de coloration du verre avec ceux du soufre lorsqu'on le chauffe. La chaleur produit des variations de couleurs semblables sur les sulfures, mais sans permanence.

» Ce curieux passage du blanc au jaune et au brun ne peut guère s'expliquer par une réaction chimique des divers éléments qui composent le verre. Il faut plutôt l'attribuer aux changements d'état que la chaleur fait subir au sulfure, qui passe d'abord à l'état de soufre rouge et ensuite à celui de soufre noir, et rend ainsi le verre tout à fait opaque si le sulfure est en assez grande quantité. Cette dernière condition est tout à fait nécessaire; un verre qui n'est coloré qu'en jaune clair ne devient ni plus foncé ni plus opaque lorsqu'on le chauffe, et lorsqu'on le fond la petite quantité de sulfure noir est redissoute dans la masse du verre et revient à la première modification jaune.

» L'analyse d'un verre jaune-brun, présentant ces variations de couleurs par l'action de la chaleur, m'a donné :

Silice	62,43
Chaux	9,46
$Al^2O^3, Fe^2O^3 Mn^2O^3$	1,70
KO et NaO	26,04
Soufre	0,35

» Cette quantité de soufre a été dosée à l'état de sulfate de baryte. J'avais pris soin d'ajouter des cristaux de nitre dans la solution ignée du verre dans la soude pure, pour oxyder le soufre.

» En ajoutant aux éléments d'un verre parfaitement blanc 0,750 pour 100 de sulfate de soude et du sucre, on obtient un verre jaune-brun foncé ; mais si au mélange des substances qui doivent donner le verre blanc on ajoute simplement du sucre, sans addition correspondante de sulfate de soude, le verre reste blanc, comme on pouvait le prévoir, le sucre brûlant en entier sans laisser de résidu charbonneux dans le verre.

» Je me propose même, à ce sujet, de faire quelques expériences pour voir s'il ne serait pas possible d'introduire, de manière qu'il y restât, du carbone dans le verre.

» Voici encore une analogie frappante entre le verre jaune et le soufre chauffé. Lorsqu'il est coloré en rouge brun, il éteint tous les rayons plus réfractés du spectre; le rayon rouge extrême reste seul visible. Le verre enfumé, au contraire, laisse passer plus de rayons jaunes que de rayons rouges.

» En ce qui touche le pouvoir diathermane de ce verre, je n'ai pas trouvé pour des épaisseurs égales qu'il y eût de différence entre le verre noir et le verre jaune. Un verre blanc laisse passer une plus grande quantité de chaleur rayonnante dans le rapport de 4 à 6. Enfin, j'ai cherché à employer ce verre noir comme photomètre pour la lumière rouge; à cet effet, je l'ai taillé en prisme très-aigu de 4 degrés environ, qu'on abaisse devant les yeux en observant l'épaisseur à laquelle la lumière disparaît. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Indication d'un passage de* M. Tyndall, *concernant l'action de la Lune sur les protubérances liquides des marées.* Lettre de **M. L. Giraud.**

« En lisant le beau Mémoire de M. Delaunay sur l'accélération de la Lune, je me suis rappelé un passage du livre de Tyndall : *De la chaleur*, pas-

sage où l'action de notre satellite sur les protubérances liquides des marées est nettement indiquée. Voici le texte :

« Concevons que la Lune soit fixe et que la Terre tourne comme une » roue de l'ouest à l'est, dans sa rotation diurne. Une montagne de la » Terre, en s'approchant du méridien de la Lune, se trouve comme saisie » par la Lune et devient une sorte de manivelle par laquelle la Terre est » sollicitée à tourner plus vite. Mais quand la montagne a passé le méridien, » l'action de la Lune s'exerce en sens contraire et tend à diminuer la vitesse » de rotation autant qu'elle l'augmentait auparavant; et c'est ainsi que » l'action exercée par la Lune sur tous les corps *fixés* à la Terre se trouve » annulée ou neutralisée.

» Mais admettons que la montagne reste *toujours* située à l'est du méri- » dien de la Lune, alors *l'attraction du satellite s'exercera toujours dans le sens* » *opposé à la rotation de la Terre*, DONT LA VITESSE DIMINUERA, par consé- » quent, d'une quantité proportionnelle à l'intensité de l'attraction. *La* » *marée occupe cette position;* elle est toujours située à l'est du méridien de » la Lune; *les eaux de l'Océan sont, en partie, traînées* comme un frein sur la » surface de la Terre, et, comme un frein, *elles doivent diminuer la vitesse de* » *la rotation de la Terre, etc.* » (*De la chaleur*, par TYNDALL, chapitre sur le Soleil.)

» En rappelant ces paroles du savant physicien anglais, je n'ai nullement la pensée de vouloir diminuer le mérite du beau Mémoire de M. Delaunay; mon but est de mettre en évidence un texte curieux utile à connaître pour l'histoire du grand problème dont M. Delaunay poursuit la solution. »

M. GUÉRINEAU-AUBRY présente une Note accompagnée d'une figure sur un appareil mécanique de son invention.

M. Morin est invité à prendre connaissance de cette Note et à faire savoir à l'Académie si elle est de nature à devenir l'objet d'un Rapport.

A 4 heures trois quarts l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 6 heures et demie. É. D. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans la séance du 12 février 1866 les ouvrages dont les titres suivent :

Le Jardin fruitier du Muséum; par M. DECAISNE, Membre de l'Institut. 83e livraison. In-4°; 1866.

Synopsis des Névroptères d'Espagne; par M. A.-Ed. PICTET. 1 vol. grand in-8° avec planches. Genève et Paris, 1865.

Des Maternités. Études sur les Maternités et les Institutions charitables d'accouchement à domicile dans les principaux États de l'Europe; par M. Léon LE FORT. 1 vol. in-4° avec planches. Paris, 1866. (Cet ouvrage présenté par M. Velpeau est, sur la demande de M. Mathieu appuyée par M. Morin, renvoyé au concours pour le prix de Statistique.)

Bulletin de Statistique municipale publié par les ordres de M. le Baron HAUSSMANN. Mois d'octobre 1865. Paris, 1865; in-4°.

Anatomie comparée des végétaux; par M. CHATIN. 13e livraison, avec planches. Paris, 1865.

Annuaire scientifique publié par M. DEHÉRAIN. 5e année, 1866. Paris, 1866; 1 vol. in-12.

De la distribution du nerf pneumogastrique dans les poumons des Ophidiens; par M. Henri JACQUART. Paris; br. in-8° avec planche.

De la valeur de l'os épactal; par M. Henri JACQUART. Paris; br. in-8° avec planches.

Mémoire sur la déglutition chez les Chéloniens; par MM. Aug. DUMÉRIL et H. JACQUART. Paris; br. in-8° avec planches.

Le Niagara quinze ans après; par M. Jules MARCOU. Opuscule in-8° avec figures. Paris, 1865. (Extrait du *Bulletin de la Société Géologique de France*.)

Mémoire sur la structure et la texture des artères; par M. GIMBERT. Paris, 1865; br. in-8° avec planches. (Réservé pour le concours de Médecine et Chirurgie de 1866.) (Présenté par M. Ch. Robin.)

Six opérations de fistule vésico-vaginale par la méthode américaine; par M. COURTY. Paris et Montpellier, 1865; br. in-8°.

Statistique morale de l'Angleterre et de la France; par M. A.-M. GUERRY. *Études sur cet ouvrage*; par M. H. DIARD. Paris et Tours; br. in-8°.

Recherches sur les combinaisons du niobium; par M. C. MARIGNAC (2e Mémoire). 1866, sans lieu; br. in-8°.

L'arc de Suze illustré par la philologie appliquée à l'histoire et à la géographie; par M. X. PINGET. Bonneville, 1866; opuscule in-8°. 2 exemplaires.

Accidents de chemins de fer. Les essieux actuels et leurs ruptures. Essieux de sûreté; par M. LUCAS. Note autographiée in-4°. Angoulême, 1866. (Présentée par M. Chasles.)

Mémoires de la Société impériale d'Agriculture, Sciences et Arts d'Angers. Nouvelle période, t. VIII, 2ᵉ cahier. Angers, 1865; in-8°.

Société d'Encouragement pour l'industrie nationale. Résumé des procès-verbaux des séances du Conseil d'administration, séance du 24 janvier 1866. Opuscule in-8°. Paris, 1866.

L'Avviso... *La connaissance de Dieu; par* M. SALVATORE. Naples, 1865; br. in-8°.

Sur la structure de l'organe qui donne la lumière dans la Lucciola volante *de l'Italie centrale* (Luciola italica) *et sur celle des fibres musculaires dans ces Insectes et autres Arthropodes; par* M. A.-T. TOZZETTI. Milan, 1866; in-4°. (Extrait du tome Iᵉʳ des *Mémoires de la Société italienne des Sciences naturelles.*)

PUBLICATIONS PÉRIODIQUES REÇUES PAR L'ACADÉMIE PENDANT LE MOIS DE JANVIER 1866.

Actes de la Société d'Ethnographie; 4ᵉ livraison; 1865; in-8°.

Annales de Chimie et de Physique; par MM. CHEVREUL, DUMAS, PELOUZE, BOUSSINGAULT, REGNAULT; avec la collaboration de MM. WURTZ et VERDET; décembre 1865 et janvier 1866; in-8°.

Annales de l'Agriculture française; décembre 1865 et janvier 1866; in-8°.

Annales Forestières et Métallurgiques; décembre 1865; in-8°.

Annales de la Société d'Hydrologie médicale de Paris; comptes rendus des séances; t. XII, 2ᵉ et 3ᵉ livraisons; 1866; in-8°.

Annales de la Propagation de la foi; n° 224; 1865; in-8°.

Annales du Génie civil; n° 1ᵉʳ, 1865; in-8°.

Annuaire philosophique; 2ᵉ semestre 1865; in-8°.

Bibliothèque universelle et Revue suisse. Genève, n° 96. 1865; in-8°.

Bulletin de l'Académie impériale de Médecine; nᵒˢ 5 à 8, 1865; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale de Médecine de Belgique; n° 10, 1865; in-8°.

Bulletin de la Société Géologique de France; feuilles 27 à 36, 1865; in-8°.

Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'industrie nationale; mois de novembre 1865; in-4°.

Bulletin de la Société de Géographie; mois de décembre 1865; in-8°.

Bulletin de la Société française de Photographie; n° 12, 1865; in-8°.

Bulletin de l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts de Belgique; 2e série, t. XX, nos 11 et 12, 1865; in-8°.

Bulletin général de Thérapeutique; nos des 15 et 30 janvier 1866; in-8°.

Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del Collegio romano; n° 12, titre et table, t. IV, 1865; in-4°.

Catalogue des Brevets d'invention; nos 9 et 10, 1866; in-8°.

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences; nos 1 à 5, 1er semestre 1866; in-4°.

Cosmos; livraisons 1 à 5, 1866; in-8°.

Gazette des Hôpitaux; table 1865, nos 1 à 14, 1866; in-4°.

Gazette médicale de Paris; nos 1 à 5, 1866; in-4°.

Gazette médicale d'Orient; n° 9, 1865; in-4°.

Il Nuovo Cimento.... *Journal de Physique, de Chimie et d'Histoire naturelle;* novembre et décembre 1865. Turin et Pise; in-8°.

Journal d'Agriculture pratique; nos 1 et 2, 1866; in-8°.

Journal de Chimie médicale, de Pharmacie et de Toxicologie; mois de janvier 1866; in-8°.

Journal de la Société impériale et centrale d'Horticulture; décembre 1865; in-8°.

Journal de Pharmacie et de Chimie; janvier 1866; in-8°.

Journal des Connaissances médicales et pharmaceutiques; nos 1 à 3, 1866; in-8°.

Journal de Mathématiques pures et appliquées; septembre à décembre 1865; in-4°.

Journal de la Section de Médecine de la Société académique du département de la Loire-Inférieure; livraisons 220 à 222, 1865; in-8°.

Journal des fabricants de sucre; nos 38 à 40, 1866; in-f°.

Kaiserliche... *Académie impériale des Sciences de Vienne;* t. XXIX, titre et table, 1865-1866, n° 1er; 1 feuille d'impression in-8°.

L'Abeille médicale; nos 1 à 5, 1866; in-4°.

L'Agriculteur praticien; décembre 1865; in-4°.

La Médecine contemporaine; n° 1er, 1866; in-4°.

L'Art dentaire; n° 49, 1866; in-8°.

L'Art médical; janvier et février 1866; in-8°.

La Science pittoresque; nos 1 à 6, 1866; in-4°.

La Science pour tous; nos 7 et 8, 1866; in-4°.

Le Gaz; nos 11 et 12, 1866; in-4°.

Le Moniteur de la Photographie; nos 20, 21 et 22, 1866; in-4°.

Le Mouvement médical; nos 1, 2 et 5, 1 feuille, 1866; in-8°.

Le Technologiste; n° 316, 1865; in-4°.

Les Mondes... nos 1 à 4, 1866; in-8°.

Magasin pittoresque; mois de janvier 1866; in-4°.

Montpellier médical... Journal mensuel de Médecine; t. XXVI, n° 1er, 1866; in-8°.

Monthly... *Notices mensuelles de la Société royale d'Astronomie de Londres;* mois de décembre 1865; in-12.

Nachrichten... *Nouvelles de l'Université de Gœttingue;* nos 17, 18 et 19, 1865, nos 1 à 3, 1866; in-12.

Pharmaceutical Journal and Transactions; t. VIII, n° 4, 1866; in-8°.

Presse scientifique des Deux Mondes; nos 1, 2 et 3, 1866; in-8°.

Répertoire de Pharmacie; n° 7, 1866; in-8°.

Revue maritime et coloniale; t. XVI, janvier 1866; in-8°.

Revue de Thérapeutique médico-chirurgicale; nos 1, 2 et 3, 1866; in-8°.

Revue des Eaux et Forets; n° 1er, 1866; in-8°.

Società reale di Napoli. Rendiconto dell' Accademia delle Scienze fisiche e matematiche. Naples, décembre 1865; in-4°.

The Reader, nos 158 à 162, 1866; in-4°.

The Scientific Review; n° 12, 1865; in-4°.

L'Art médical; janvier et février 1866; in-8°.

Les Sciences pittoresques, n°s 1 à 6, 1866; in-4°.

Les Sciences pour tous, n°s 4 et 5, 1866; in-4°.

Le Lion, n°s 11 et 12, 1866; in-4°.

Le Moniteur de la Photographie, n°s 20, 21 et 22, 1866; in-4°.

Le Mouvement médical, n°s 1, 2 et 3, 1 feuille, 1866; in-8°.

Le Technologiste, n° 316, 1866; in-8°.

Les Mondes, n°s 16 à 19, 1866; in-8°.

Magasin pittoresque; mois de janvier 1866; in-4°.

Montpellier médical... Journal mensuel de Médecine, t. XXVI, n° 1er, 1866; in-8°.

Monthly... Notices mensuelles de la Société royale d'Astronomie de Londres, mois de décembre 1865; in-12.

Nachrichten... Nouvelles de l'Université de Göttingue, n°s 17, 18 et 19, 1865, n°s 1 à 3, 1866; in-12.

Pharmaceutical Journal and Transactions, t. VIII, n° 6, 1866; in-8°.

Presse scientifique des Deux Mondes, n°s 1, 2 et 3, 1866; in-8°.

Répertoire de Pharmacie, n° 7, 1866; in-8°.

Revue maritime et coloniale, t. XVI, janvier 1866; in-8°.

Revue de Thérapeutique médico-chirurgicale, n°s 1, 2 et 3, 1866; in-8°.

Revue des Eaux et Forêts, n° 1er, 1866; in-8°.

Rendiconto di Napoli, Rendiconto dell' Accademia delle Scienze fisiche e matematiche de Naples, décembre 1865; in-4°.

The Reader, n°s 163 à 165, 1866; in-4°.

The Scientific Review, n° 12, 1865; in-4°.